BAB 7. TEORI PENDUGAAN (TEORI ESTIMASI)

A. Pengantar Teori Estimasi

Pada proses pengambilan sampel, tujuan utama pengambilan sampel dari suatu populasi adalah untuk memperoleh informasi mengenai parameter populasi atau singkatnya untuk mengetahui parameter populasi itu sendiri. Parameter populasi seperti rata-rata dan simpangan baku, sedangkan contoh parameter dalam praktiknya yaitu rata-rata nilai ujian bahasa inggris mahasiswa UMY. Median nilai ujian kalkulus mahasiswa UMS.

Pada kondisi tertentu sering kali parameter populasi tidak diketahui, meskipun distribusi populasi diketahui. Sebagaimana misalnya suatu populasi mempunyai distribusi normal tetapi parameter rata-rata dan simpangan baku tidak diketahui atau misalkan ada suatu populasi yang memiliki distribusi binomial, tetapi parameter proporsi p tidak diketahui. Oleh Karena parameter populasi tidak diketahui, maka ada dua cara untuk mengetahui parameter populasi yang dipelajari dalam statistika inferensia yaitu cara pendugaan (penaksiran/estimasi) serta pengujian hipotesis. Dua cara ini didasarkan pada besaran yang dihitung dari sampel. Sebagai tambahan informasi bahwasanya terdapat dua jenis statistik yaitu statistika deskriptif dan inferensia. Statistika Deskriptif adalah statistika yang berkenaan dengan metode atau cara mendeskripskan, menggambarkan, menjabarkan atau mengurangi data. Sedangkan, statistika Inferensia adalah statistika yang berkenaan dengan cara penarikan kesimpulan berdasarkan data yang diperoleh dari sampel untuk menggambarkan karakteristik atau ciri dari suatu populasi. Pada statistika inferensia, semua metode yang berhubungan dengan analisis sebagian data atau juga sering disebut dengan sampel untuk kemudian sampai pada estimasi atau penarikan kesimpulan mengenai keseluruhan data. Dalam statistika inferensia, statistik $\hat{\theta}$ inilah yang dipakai untuk menduga parameter θ dari populasi. Parameter $\hat{\theta}$ adalah penduga, sedangkan θ adalah sesuatu yang diduga. Statistik $\hat{\theta} = \overline{X}$ dipakai untuk menduga parameter $\theta = \mu$, statistik $\hat{\theta} = S$ dipakai untuk menduga parameter $\theta = \sigma$ dan statistik $\hat{\theta} = \hat{p}$ dipakai untuk menduga parameter $\theta = p$.

B. Penduga yang Baik

Pada saat tujuan statistik adalah untuk memperoleh gambaran yang baik mengenai populasi, maka statistik $\hat{\theta}$ yang dipakai untuk menduga parameter θ haruslah merupakan suatu penduga yang baik. Ciri-ciri penduga yang baik terdiri atas tiga hal yaitu bahwa $\hat{\theta}$ merupakan penduga tidak bias, penduga yang efisien serta merupakan penduga yang konsisten. Penduga tak bias artinya penduga yang dengan tepat mengenai sasaran atau apabila nilai penduga sama

dengan nilai yang diduganya. Penduga Efisien artinya bila ada lebih dari satu penduga, maka penduga yang efisien adalah penduga yang mempunyai variansi paling kecil. Sedangkan penduga yang konsisten artinya jika ukuran sampel yang diambil semakin bertambah maka nilai penduga akan mendekati parameternya (bila sampel semakin besar, maka nilai *tetha* topi akan semakin mendekati nilai *tetha).*

C. Pendugaan Titik

Teori pendugaan terbagi menjadi dua jenis yaitu pendugaan titik (estimasi titik) dan pendugaan interval (estimasi interval). Pada pendugaan titik, bila nilai parameter θ dari populasi hanya diduga dengan memakai satu nilai statistik $\hat{\theta}$ dari sampel yang diambil dari populasi tersebut. Pada pendugaan interval (estimasi interval), bila nilai parameter θ dari populasi diduga dengan memakai beberapa nilai statistik $\hat{\theta}$ yang berada dalam suatu interval, misalnya $\hat{\theta}1 < \theta < \hat{\theta}2$. Rumusan umum untuk pendugaan titik adalah sebagai berikut.

Rata-rata pendugaan titik $\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$ ..... (7.1)

Variansi pendugaan titik $S^2 = \frac{\sum(X-\overline{X})^2}{n-1}$ ..... (7.2)

Proporsi pendugaan titik $\hat{p} = \frac{X}{n}$ ..... (7.3)

Contoh pemanfaatan pendugaan titik yaitu ketika seseorang ingin menduga berapa sesungguhnya rata-rata tinggi badan orang Indonesia, untuk itu diambil sampel acak sebanyak 1000 orang dan kita ukur tinggi badan masing-masing. Misal diperoleh rata-rata tingginya X=164cm. Nilai rata-rata ini digunakan untuk menduga rata-rata tinggi badan orang indonesia yang sesungguhnya. Oleh karena hanya memakai satu nilai saja X=164 sebagai penduga maka X=164 cm disebut sebagai penduga titik. Dalam praktiknya terdapat kelemahan pada penggunaan pendugaan titik seperti sulitnya menentukan nilai derajat kepercayaan serta jika sampel yang berbeda maka nilai statistik yang dihasilkan juga beda karena hanya satu maka kita akan ragu penduga mana yang baik.

D. Pendugaan Interval

Pada pendugaan atau estimasi interval Bila nilai parameter θ dari populasi diduga dengan memakai beberapa nilai statistik $\hat{\theta}$ yang berbeda dalam suatu interval, misalnya $\hat{\theta}1<\theta<\hat{\theta}2$, maka statistik $\hat{\theta}$ disebut penduga interval. Sebagaimana contoh pada kejadian sebelumnya dimana tinggi badan orang Indonesia diduga pada interval 160 <θ<166 atau

155<θ<169, tinggi orang indonesia diduga pada interval tersebut. Dalam pendugaan interval semakin lebar interval, semakin besar kepercayaan. Dalam praktek interval yang harus dipakai adalah interval yang sempit tetapi mempunyai derajat kepercayaan yang dapat diterima. Derajat kepercayaan penduga $\hat{\theta}$ meliputi nilai koefisien kepercayaan yang ditulis dengan α dimana 0<α<1 dan dinyatakan dalam bentuk probabilitas. Kondisi ini dapat digambarkan sebagai berikut. Pada contoh sebelumnya, rata-rata tinggi badan orang indonesia diduga berada pada interval 160<θ<166 dengan probabilitas 0,95 maka dituliskan P(160< θ<166)=0,95. Bila rata-rata tinggi orang indonesia diduga berada pada interval 155< θ <169 dengan probabilitas 0,99 maka bisa dituliskan P(155< θ<169)=0,99. Dalam statistika biasanya dipilih interval yang lebih pendek, tetapi dengan probabilitas yang tinggi atau kepercayaan yang tinggi. Dari kondisi diatas maka lebih baik memilih P(160<θ<166)=0,95 karena terkadang dengan adanya keterbatasan dalam ukuran sampel, pemilihan interval harus dengan mengorbankan derajat kepercayaan karena interval yang sempit dengan probabilitas yang tinggi sulit dicapai sekaligus.

Rumus umum pendugaan interval dilakukan dengan mengambil sampel acak secara berulang maka akan diperoleh distribusi statistik θ sehingga probabilitas dari interval $\hat{\theta}1<\theta<\hat{\theta}2$ akan sama dengan nilai tertentu yang diinginkan, sebagaimana persamaan berikut.

$P\left[\hat{\theta}1 < \theta < \hat{\theta}2\right] = 1-\propto$; dimana $0 <\propto< 1$ ……..… (7.4)

- α disebut koefisien kepercayaan
- 1-α derajat kepercayaan
- $P\left[\hat{\theta}1 < \theta < \hat{\theta}2\right]$ adalah interval kepercayaan

Sesuai dengan persamaan tersebut diatas, maka dari contoh sebelumnya bahwa P(160<θ<166)= 0,95, maka ungkapan yang tepat sekarang kita percaya 95% bahwa parameter populasi θ akan terletak antara 160 sampai dengan 166 berdasarkan sampel yang diambil dr populasi tersebut. Jadi BUKAN, diungkapkan dengan probabilitas sama dengan 0.95 bahwa parameter populasi θ terletak antara 160 sampai 166 berdasar sampel yang diambil dari populasi itu.

E. Pendugaan Parameter Populasi dengan Sampel Besar (n ≥ 30)

Pada pendugaan populasi dengan sampel beesar terbagi atas empat jenis sampel yaitu sampel rata-rata, beda sua rata-rata, proporsi dan beda dua proporsi. Pada jenis sampel rata-

rata, rumusan umum interval kepercayaan (1-α) untuk menduga rata-rata μ, bila σ diketahui adalah sebagai berikut.

$$P\left[\overline{X} - Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\overline{x}} < \mu < \overline{X} + Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\overline{x}}\right] = 1-\propto \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.5)$$

$\overline{X}$: rata-rata distribusi sampel rata2

$Z_{\frac{\propto}{2}}$: nilai dari tabel distribusi normal kumulatif

$\sigma_{\overline{x}}$: simpangan baku distribusi sampel rata2

α : koefisien kepercayaan

Simpangan baku untuk populasi terbatas $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ sedangkan populasi tak terbatas adalah dengan menjadikan faktor koreksi sama dengan satu atau $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}$ dimana nilai $\sigma_{\overline{x}}$ simpangan baku dari distribusi sampel rata-rata ; Bila $\sigma_{\overline{x}}$ tidak diketahui, maka dapat digunakan penduga dari σ yaitu S.

Selanjutnya rumus untuk menentukan jumlah sampel dengan dugaan meleset, bila $\overline{X}$ merupakan penduga untuk rata-rata populasi, maka dapat dipercaya bahwa (1-α)x100% bahwa kesalahanya akan lebih dari suatu besaran tertentu e yang ditetapkan sebelumnya dengan syarat, yaitu

$$n = \left(\frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}.\sigma}{e}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.6)$$

Rumus umum interval kepercayaan (1-α) pada pendugaan parameter proporsi untuk menduga proporsi P adalah :

$$P\left[\hat{p} - Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\hat{p}} < P < \hat{p} + Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\hat{p}}\right] = 1-\propto \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (7.7)$$

dimana $P = \frac{X}{N}$ dan $\hat{p} = p = \frac{x}{n}$ dengan nilai simpangan baku untuk populasi terbatas adalah $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}.\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ serta simpangan baku tidak terbatas $\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$.

Rumus umum interval kepercayaan (1-α) pada pendugaan parameter beda dua rata-rata untuk menduga beda dua rata-rata μ_1 - μ_2 adalah :

$$P\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\overline{x}1-\overline{x}2} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\overline{x}1-\overline{x}2}\right] = 1-\propto \quad \ldots\ldots\ldots (7.8)$$

Dimana nilai simpangan baku untuk populasi terbatas dihitung dengan rumus

$\sigma_{\overline{x}_1-\overline{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}.\sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{(N_1+N_2)-1}}$ dan untuk populasi tak terbatas $\sigma_{\overline{x}_1-\overline{x}_2} = \sqrt{\frac{\sigma_1{}^2}{n_1} + \frac{\sigma_2{}^2}{n_2}}$

Rumus umum interval kepercayaan (1-α) pada pendugaan parameter beda dua proporsi untuk menduga beda dua proporsi p_1 - p_2 adalah :

$$P\left[(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} < p_1 - p_2 < (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\frac{\propto}{2}}.\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2}\right] = 1-\propto \text{ ..... (7.9)}$$

Dimana simpangan baku pada distribui sampel beda dua rata-rata bila populasi terbatas adalah $\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1\,(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2\,(1-p_2)}{n_2}}.\sqrt{\frac{(N_1+N_2)-(n_1+n_2)}{(N_1+N_2)-1}}$ dan simpangan baku bila populasi tak terbatas dihitung dengan rumusan $\sigma_{\hat{p}_1-\hat{p}_2} = \sqrt{\frac{p_1\,(1-p_1)}{n_1} + \frac{p_2\,(1-p_2)}{n_2}}$.

Contoh soal 1. Diketahui bahwa dari populasi para pegawai suatu perusahaan diambil sampel sebanyak 100 orang dan dicatat gaji tahunan masing-masing. Rata-rata dan simpangan baku gaji mereka adalah $\overline{X}$ = Rp 30.000.000,- dan S = Rp 6.000.000,-. Jika nilai interval kepercayaan untuk menduga sebesar 95%. Berapa sesungguhnya rata-rata gaji para pegawai di perusahaan tersebut?

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa kita percaya 95% bahwa rata-rata gaji tahunan yang sesungguhnya dari para pegawai di perusahaan itu berkisar antara Rp 28.824.000,-sampai dengan Rp 31.176.000,-

Contoh soal 2. Pada suatu sampel acak ukuran n = 500 orang disuatu kota ditemukan bahwa 340 orang diantaranya suka menonton TV untuk acara dunia dalam berita. Hitunglah interval kepercayaan 95% untuk menduga berapa proporsi sesungguhnya penduduk di kota itu yang suka menonton TV untuk acara dunia dalam berita tersebut.

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa kita percaya 95% bahwa proporsi penduduk dikota tersebut yang sesungguhnya suka menonton TV untuk acara dunia dalam berita antara 64,1% sampai dengan 71,9%.

Contoh soal 3. Pada ujian kalkulus diberikan dua kelompok mahasiswa, yaitu mahasiswa perempuan sebanyak 75 orang dan mahasiswa laki-laki sebanyak 50 orang. Kelompok mahasiswa perempuan memperoleeh nilai rata2 82 dengan simpangan baku 8, sedangkan kelompok mahasiswa laki-laki memperoleh rata-rata 76 dan simpangan baku 6. Bila μ1 menyatakan rata2 nilai ujian kelompok mahasiswa perempuan dan μ2 menyatakan rata2 nilai ujian kelompok laki2, buatlah interval kepercayaan 96% untuk menduga berapa sesungguhnya beda rata-rata dua kelompok mahasiswa tersebut

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa kita percaya 96% bahwa beda sesungguhnya nilai rata-rata ujian kalkulus dua kelompok mahasiswa terletak antara 3,429 sampai dengan 8,571

Contoh soal 4. Suatu Survei diadakan terhadap pengunjung PRJ. Untuk itu diambil dua kelompok sampel. Sampel pertama adalah pengunjung perempuan sebanyak 500 orang an ketika mereka ditanya sebanyak 325 orang mengatakan puas dengan pameran di PRJ. Sedangkan sampel kedua terdiri atas pengunjung pria sebanyak 700 orang, dan 400 orang diantara-nya menyatakan puas dengan pameran di PRJ. Buatlah interval kepercayaan 95% untuk menduga berapa sesungguhnya beda dua populasi pengunjung yang puas dengan pameran di PRJ.

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa kita percaya 95% bahwa beda proporsi sesungguhnya pengunjung yang puas dengan pameran di PRJ adalah antara 2% sd 14%.

Contoh soal 5. Suatu sampel acak sebesar 500 keluarga konsumen golongan masyarkat A dan 600 keluarga konsumen golongan masyarakat B telah dipilih untuk suatu penelitian. Dari golongan A ternyata200 menyatakan senang terhadap suatu hasil produksi tertentu, sedangkan dari B, 150 keluarga menyatakan senang terhadap barang hasil produksi tersebut. Tentukan 95% selang kepercayaan untuk selisih proporsi sesungguhnya kedua golongan konsumen tersebut!

n_a = 500 n_b = 600

P_a = 200/500 P_b = 150/600

= 0.4 = 0.125

95% selang kepercayaan → $100\% - \alpha = 95\%$

$\alpha = 5\%$

½ $\alpha = 2,5\%$

$Z_{0,025}$ = - 1,96

(1- α) 100% selang kepercayaan untuk $P_a - P_b$ adalah

$$(P_a - P_b) \pm Z_{\frac{1}{2}\alpha}\sqrt{\frac{P_a(1-P_a)}{n_a}} + \sqrt{\frac{P_b(1-P_b)}{n_b}}$$

$$(0.4-0.25) \pm 1.96\sqrt{\frac{0.4(1-0.4)}{500}} + \sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{600}}$$

$$(P_a - P_b) \pm Z_{\frac{1}{2}\alpha}\sqrt{\frac{P_a(1-P_a)}{n_a}} + \sqrt{\frac{P_b(1-P_b)}{n_b}}$$

$$(0.4-0.25) \pm 1.96\sqrt{\frac{0.4(1-0.4)}{500}} + \sqrt{\frac{0.25(1-0.25)}{600}}$$

$$0.15 \pm 1.96\sqrt{0.00048+0.00031}$$

$$0.15 \pm 0.0551$$

Jadi 95% selang kepercayaan untuk selisih proporsi sesungguhnya kedua golongan konsumen tersebut adalah $<0,0949 < p_a - p_b < 0,2051$.

F. Pendugaan Parameter Populasi dengan Sampel Kecil (n < 30)

Suatu sampel dikatakan sampel kecil jika jumlah sampelnya kurang dari tiga puluh (n <30). Pada kondisi ini maka tabel yang digunakan untuk melihat nilai distribusinya adalah jenis tabel distribusi student atau biasa disebut sebagai tabel distribusi t. Variabel random yang digunakan juga bukan nilai Z melainkan variabel random t. Oleh karena itu rumusan umum pada pendugaan dengan sampel kecil hanya berbeda pada nilai variabel random beserta tabel distribusi yang digunakan. Pembahasan pertamauntuk samppe kecil dimulai dari pendugaan parameter distribusi sampel rata-rata. Interval kepercayaan (1-α) untuk menduga rata-rata μ dengan sampel kecil (n<30) yang diambil dari suatu populasi dimana variansi σ^2 tidak diketahui adalah sebagai berikut.

$$P\left[\overline{X} - t_{(\frac{\propto}{2},v)}.\sigma_{\overline{x}} < \mu < \overline{X} + t_{(\frac{\propto}{2},v)}.\sigma_{\overline{x}}\right] = 1-\propto \quad \text{…….…….. (7.10)}$$

$v = n - 1$ dimana v aalah derajat kebebasan distribusi t …….……..….. (7.11)

$t_{(\frac{\propto}{2},v)}$ nilai t diperoleh dari table distribusi student (tabel distribusi t)

Nilai simpangan baku σ^2 untuk populasi terbatas $\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$ atau $\sigma_{\overline{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$

sedangkan untuk populasi tak terbatas adalah $\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{S}{\sqrt{n}}$

Contoh soal 6. Suatu sampel acak sebanyak 15 mahasiswa diambil dari populasi mahasiswa di suatu universitas. Ke-15 mahasiswa diberikan tes bahasa inggris dan diperoleh nilai rata-rata mereka adalah 75 dengan simpangan baku 8. Buatlah interval kepercayaan 95% untuk menduga kemampuan bahasa inggris semua mahasiswa di universitas tersebut.

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa dengan interval kepercayaan 95% untuk pendugaan kemampuan rata-rata bahasa inggris semua mahasiswa di universitas itu P(70,6<μ<79,4)=0,95. Artinya kita percaya 95% bahwa kemampuan rata-rata bahasa inggris semua mahasiswa di universitas itu terletak di antara 70,6 sampai dengan 79,4.

Pada pendugaan parameter beda dua rata-rata (μ1 - μ2), misalkan diketahui dua populasi masing-masing mempunyai rata-rata μ_1 dan μ_2 , dan distribusinya mendekati normal. Misalkan variansi dua populasi itu sama yaitu $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$ tetapi tidak diketahui berapa besarnya, maka Interval kepercayaan (1-α) untuk menduga dua rata-rata (μ1 - μ2), dengan sampel kecil (n<30) yang diambil dari suatu populasi dimana variansi sama namun tidak diketahui nilainya adalah sebagai berikut.

$$P\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{(\frac{\propto}{2},v)}.\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{(\frac{\propto}{2},v)}.\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2}\right] = 1-\propto \ldots (7.12)$$

Dimana nilai simpangan baku $\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}$ dan simapngan baku gabungan S_p dihitung dengan rumus

Simpangan baku $\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = S_p\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}$ …….... (7.13)

Simpangan baku gabungan $S_p = \sqrt{\frac{(n_1-1){S_1}^2+(n_2-1){S_2}^2}{n_1+n_1-2}}$ …….. (7.14)

Derajat kebebasan $v = n_1 + n_2 - 2$ ……..…….. (7.15)

Bila variansi dua populasi itu tidak sama besarnya yaitu $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ dan kedua variansi tidak diketahui nilainya, maka interval kepercayaan (1-α) untuk beda dua rata-rata (μ1 - μ2) dari dua populsai tersebut secara rumus umum akan sama dengan persamaan 7.12 yaitu sebagai berikut $P\left[(\overline{X}_1 - \overline{X}_2) - t_{(\frac{\propto}{2},v)}.\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2} < \mu_1 - \mu_2 < (\overline{X}_1 - \overline{X}_2) + t_{(\frac{\propto}{2},v)}.\sigma_{\bar{x}1-\bar{x}2}\right] = 1-\propto$

Akan tetapi, nilai dari simpangan baku dan derajat kebebasan untuk kondisi variansi dua populasi yang tidak sama besarnya adalah sebagai berikut.

Simpangan baku $\sigma_{\bar{x}_1-\bar{x}_2} = \sqrt{\frac{{S_1}^2}{n_1} + \frac{{S_2}^2}{n_2}}$ ……..…….. (7.16)

Derajat kebebasan $v = \frac{\left(\frac{{S_1}^2}{n_1}+\frac{{S_2}^2}{n_2}\right)^2}{\left\{\frac{\left({S_1}^2/n_1\right)^2}{n_1-1}+\frac{\left({S_2}^2/n_2\right)^2}{n_2-1}\right\}}$ ……..…….. (7.17)

Contoh soal 7. Seorang dosen ingin membandingkan hasil belajar mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus di suatu universitas berdasarkan dua metode mengajar yang dipakai. Untuk itu dibuat dua kelas, yaitu kelas A dan kelas B. Di kelas A terdiri atas 12 mahasiswa yang diajar dengan metode biasa. Di kelas B terdiri atas 10 mahasiswa yang diajar dengan metode baru. Setelah diadakan tes akhir semester untuk mata kuliah kalkulus, ternyata mahasiswa di kelas A memperoleh nilai rata-rata 85 dengan simpangan baku 4, sedangkan mahasiswa di kelas B memperoleh nilai rata-rata 81 dengan simpangan baku 5. Buatlah interval kepercayaan 80% untuk menduga beda kemampuan mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus yang diajar dengan dua metode tersebut di universitas tersebut. Diasumsikan bahwa dua populasi mempunyai distribusi mendekati normal dan variansinya sama!

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa interval kepercayaan untuk perbedaan kemampuan mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus yang diajar dengan dua mettode di universitas itu adalah P(1,456<μ1-μ2<6,544)=0,80.

Contoh soal 8. Catatan selama 10 tahun terakhir menunjukkan bahwa rata-rata curah hujan di bogor selama bulan januari adalah 4,93 cm dengan simpangan baku 1,14 cm. Sedangkan didaerah Tangerang pada bulan yang sama rata-rata curah hujannya adalah 2,64 cm dengan simpangan baku 0,66 cm. Buatlah interval kepercayaan 90% untuk beda rata-rata curah hujan yang sebenarnya selama bulan januari di dua daerah tersebut. Diasumsikan bahwa data berasal dari dua populasi normal dengan variansi 1 dan variansi 2 yang berbeda dan kedua nilainya tidak diketahui.

Berdasarkan hasil perhitungan dengan rumus yang ada diperoleh hasil bahwa interval kepercayaan untuk perbedaan kemampuan mahasiswa dalam mata kuliah kalkulus yang diajar dengan dua mettode di universitas itu adalah $P(1,556<\mu 1-\mu 2<3,024)=90\%$.

Soal Latihan 1. Suatu sampel acak berukuran 10, mempunyai rata-rata 9,5 dan simpangan baku 3,24. Buatlah interval kepercayaan 90% untuk menduga rata-rata dari populasi tersebut.

Soal Latihan 2. Seorang pimpinan perusahaan ingin mengetahui perbedaan rata-rata gaji bulanan karyawan di perusahaan A dan perusahaan B. Untuk itu diambil sampel secara acak masing2 sebanyak 9 orang kemudian dilakukan wawancara satu persatu. Hasil wawancara menunjukkan bahwa gaji