

## KONVERSI BENTUK FUNGSI

### 9.1 Bentuk Kanonik

Ada dua macam bentuk kanonik:

- Penjumlahan dari hasil kali (sum-of-product atau SOP)
- Perkalian dari hasil jumlah (product-of-sum atau POS)

Contoh:

$$1. f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz \rightarrow \text{SOP}$$

Setiap suku (term) disebut minterm

$$2. g(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')$$

$$(x' + y + z')(x' + y' + z) \rightarrow \text{POS}$$

Setiap suku (term) disebut maxterm

### Bentuk Baku

Contohnya:

$$f(x, y, z) = y' + xy + x'yz \quad (\text{bentuk baku SOP})$$

$$f(x, y, z) = x(y' + z)(x' + y + z') \quad (\text{bentuk baku POS})$$

Setiap minterm/maxterm mengandung literal lengkap

x y		Minterm		Maxterm	
		Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	$x'y'$	$m_0$	$x + y$	$M_0$

0	1	$x'y$	m1	$x + y'$	M1
1	0	$xy'$	m2	$x' + y$	M2
1	1	$xy$	m3	$x' + y'$	M3

			Minterm		Maxterm	
x	y	z	Suku	Lambang	Suku	Lambang
0	0	0	$x'y'z'$	m0	$x + y + z$	M0
0	0	1	$x'y'z$	m1	$x + y + z'$	M1
0	1	0	$x'yz'$	m2	$x + y' + z$	M2
0	1	1	$x'yz$	m3	$x + y' + z'$	M3
1	0	0	$xy'z'$	m4	$x' + y + z$	M4
1	0	1	$xy'z$	m5	$x' + y + z'$	M5
1	1	0	$xyz'$	m6	$x' + y' + z$	M6
1	1	1	$xyz$	m7	$x' + y' + z'$	M7

Contoh soal:

Nyatakan tabel kebenaran di bawah ini dalam bentuk kanonik SOP dan POS.

x	y	z	$f(x, y, z)$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1

1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

Penyelesaian:

(a) SOP

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 1 adalah 001, 100, dan 111, maka fungsi Booleannya dalam bentuk kanonik SOP adalah  $f(x, y, z) = x'y'z + xy'z' + xyz$

atau (dengan menggunakan lambang minterm),

$$f(x, y, z) = m_1 + m_4 + m_7 = \sum (1, 4, 7)$$

(b) POS

Kombinasi nilai-nilai peubah yang menghasilkan nilai fungsi sama dengan 0 adalah 000, 010, 011, 101, dan 110, maka fungsi Booleannya dalam bentuk kanonik POS adalah

$$f(x, y, z) = (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')$$

$$(x' + y + z')(x' + y' + z)$$

atau dalam bentuk lain,

$$f(x, y, z) = M_0 M_2 M_3 M_5 M_6 = \prod (0, 2, 3, 5, 6)$$

Contoh soal:

Nyatakan fungsi Boolean  $f(x, y, z) = x + y'z$  dalam bentuk kanonik SOP dan POS.

Penyelesaian:

(a) SOP

$$\begin{aligned}x &= x(y + y') \\ &= xy + xy' \\ &= xy(z + z') + xy'(z + z') \\ &= xyz + xyz' + xy'z + xy'z'\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}y'z &= y'z(x + x') \\ &= xy'z + x'y'z\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi } f(x, y, z) &= x + y'z \\ &= xyz + xyz' + xy'z + xy'z' + xy'z + x'y'z \\ &= x'y'z + xy'z' + xy'z + xyz' + xyz\end{aligned}$$

$$\text{atau } f(x, y, z) = m_1 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 = \Sigma (1, 4, 5, 6, 7)$$

(b) POS

$$\begin{aligned}f(x, y, z) &= x + y'z \\ &= (x + y')(x + z) \\ x + y' &= x + y' + zz' \\ &= (x + y' + z)(x + y' + z')\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x + z &= x + z + yy' \\ &= (x + y + z)(x + y' + z)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Jadi, } f(x, y, z) &= (x + y' + z)(x + y' + z')(x + y + z)(x + y' + z) \\ &= (x + y + z)(x + y' + z)(x + y' + z')\end{aligned}$$

$$\text{atau } f(x, y, z) = M_0M_2M_3 = \Pi(0, 2, 3)$$

## 9.2 Konversi Antar Bentuk Kanonik

Misalkan

$$f(x, y, z) = \Sigma (1, 4, 5, 6, 7)$$

dan  $f'$  adalah fungsi komplemen dari  $f$ ,

$$f'(x, y, z) = \Sigma (0, 2, 3) = m_0 + m_2 + m_3$$

Dengan menggunakan hukum De Morgan, kita dapat memperoleh fungsi  $f$  dalam bentuk POS:

$$\begin{aligned} f'(x, y, z) &= (f'(x, y, z))' = (m_0 + m_2 + m_3)' \\ &= m_0' \cdot m_2' \cdot m_3' \\ &= (x'y'z')' (x'y z')' (x'y z)' \\ &= (x + y + z) (x + y' + z) (x + y' + z') \\ &= M_0 M_2 M_3 \\ &= \Pi (0, 2, 3) \end{aligned}$$

Jadi,  $f(x, y, z) = \Sigma (1, 4, 5, 6, 7) = \Pi (0, 2, 3)$ .

Kesimpulan:  $m_j' = M_j$

Contoh soal:

Nyatakan

$$f(x, y, z) = \Pi (0, 2, 4, 5) \text{ dan}$$

$$g(w, x, y, z) = \Sigma (1, 2, 5, 6, 10, 15)$$

dalam bentuk SOP.

Penyelesaian:

$$f(x, y, z) = \Sigma (1, 3, 6, 7)$$

$$g(w, x, y, z) = \Pi (0, 3, 4, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14)$$

**Latihan soal:**

Carilah bentuk kanonik SOP dan POS dari  $f(x, y, z) = y' + xy + x'yz'$

Penyelesaian:

(a) SOP

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= y' + xy + x'yz' \\ &= y' (x + x') (z + z') + xy (z + z') + x'yz' \\ &= (xy' + x'y') (z + z') + xyz + xyz' + x'yz' \\ &= xy'z + xy'z' + x'y'z + x'y'z' + xyz + xyz' + x'yz' \end{aligned}$$

$$\text{atau } f(x, y, z) = m_0 + m_1 + m_2 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

(b) POS

$$f(x, y, z) = M_3 = x + y' + z'$$

Contoh:

1. Cari bentuk standar dari  $f(x,y) = x'$ .

Jawab

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x' \cdot (y + y') \\ &= x' y + x' y' \quad \{\text{bentuk standar SOP}\} \\ &= m_0 + m_1 \end{aligned}$$

dengan  $m_j' = M_j$

maka:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x y' + x y \\ (f(x,y))' &= (x + y') (x + y) \quad \{\text{bentuk standar POS}\} \\ &= M_2 M_3 \end{aligned}$$

2. Cari bentuk standar dari  $f(x,y,z) = y' + x y + x' y z'$

Jawab

$$\begin{aligned}
 f(x,y,z) &= y' + x y + x' y z' \quad \{\text{lengkapi literal pada tiap suku}\} \\
 &= y' (x + x') (z + z') + x y (z + z') + x' y z' \\
 &= (x y' + x' y') (z + z') + x y z + z y x' + x' y z' \\
 &= x y' z + x y' z' + x' y' z + x' y' z' + x y z + x y z' + x' y z' \\
 &= m_0 + m_1 + m_2 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7
 \end{aligned}$$

atau

$$\begin{aligned}
 f(x,y,z) &= x + y' + z' \\
 &= M_3
 \end{aligned}$$

3. Carilah bentuk kanonik dari soal berikut:

$$f(x,y) = x' y + x y$$

Jawab

Tabel nilainya:

x	y	Minterm			Maxterm		
		Term	Des	Value	Term	Des	Value
0	0	$x' y'$	m0	0	$x + y$	M0	0
0	1	$x' y$	m1	1	$x + y'$	M1	1
1	0	$x y'$	m2	1	$x' + y$	M2	1
1	1	$x y$	m3	0	$x' + y'$	M3	0

Dari tabel diperoleh:

$$\text{Nilai 1 : minterm : } f(x,y) = m_1 + m_2 = \Sigma(1,2)$$

$$\text{Nilai 0 : maxterm : } f(x,y) = M_0 \cdot M_3 = \Pi(0,3)$$

Cara konversi:

$$f(x,y) = x' y' + x y = m_0 + m_3 \text{ \{lihat tabelnya\}}$$

maka dual-nya adalah:

$$f'(x,y) = (x' + y') \cdot (x + y)$$

$$f(x,y) = (x + y) \cdot (x' + y') = M_0 \cdot M_3$$

4. Carilah bentuk kanonik dari soal berikut:

$$f(x,y,z) = F = x' y' z + x y' z' + x y z$$

Jawab

Tabel nilainya:

x	y	z	Minterm	Maxterm	F
0	0	0	$x' y' z'$	$x + y + z$	0
0	0	1	$x' y' z$	$x + y + z'$	1
0	1	0	$x' y z'$	$x + y' + z$	0
0	1	1	$x' y z$	$x + y' + z'$	0
1	0	0	$x y' z'$	$x' + y + z$	1
1	0	1	$x y' z$	$x' + y + z'$	0
1	1	0	$x y z'$	$x' + y' + z$	0
1	1	1	$x y z$	$x' + y' + z'$	1

$$\text{Jadi } f(x,y,z) = m_1 + m_4 + m_7 = \Sigma(1,4,7)$$

$$= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 = \Pi(0,2,3,5,6)$$

Cara Konversinya:

Dari tabel diperoleh:



$$f(x,y,z) = x' y' z' + x' y z' + x' y' z + x y' z + x y z'$$

dual:

$$F' = (x' + y' + z') \cdot (x' + y + z') \cdot (x' + y + z) \cdot (x + y' + z) \cdot (x + y + z')$$

Sehingga

$$\begin{aligned} f(x,y,z) &= (x + y + z) \cdot (x + y' + z) \cdot (x + y' + z') \cdot (x' + y + z') \cdot (x' + y' + z) \\ &= M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6 \end{aligned}$$

5. Carilah bentuk kanonik dari soal berikut:

$$f(x,y,z) = F = x y' z + x y' z' + x y z$$

Jawab

Tabel nilainya:

x	y	z	Minterm	Maxterm	F
0	0	0	$x' y' z'$	$x + y + z$	0
0	0	1	$x' y' z$	$x + y + z'$	0
0	1	0	$x' y z'$	$x + y' + z$	0
0	1	1	$x' y z$	$x + y' + z'$	0
1	0	0	$x y' z'$	$x' + y + z$	1
1	0	1	$x y' z$	$x' + y + z'$	1
1	1	0	$x y z'$	$x' + y' + z$	0
1	1	1	$x y z$	$x' + y' + z'$	1

$$\begin{aligned} \text{Jadi } f(x,y,z) &= x y' z + x y' z' + x y z \\ &= m_4 + m_5 + m_7 \\ &= \Sigma(4,5,7) \end{aligned}$$

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_6$$

$$= \prod(0,1,2,3,6)$$

6. Carilah bentuk kanonik dari soal berikut:

$$f(x,y,z) = F = x' y' z + x y' z + x y' z' + x y z$$

Jawab

Tabel nilainya:

x	y	z	Minterm	Maxterm	F
0	0	0	$x' y' z'$	$x + y + z$	0
0	0	1	$x' y' z$	$x + y + z'$	1
0	1	0	$x' y z'$	$x + y' + z$	0
0	1	1	$x' y z$	$x + y' + z'$	0
1	0	0	$x y' z'$	$x' + y + z$	1
1	0	1	$x y' z$	$x' + y + z'$	1
1	1	0	$x y z'$	$x' + y' + z$	0
1	1	1	$x y z$	$x' + y' + z'$	1

$$\text{Jadi } f(x,y,z) = x + y + z' + x y' z' + x y' z + x y z$$

$$= m_1 + m_4 + m_5 + m_7$$

$$= \sum(1,4,5,7)$$

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_1 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_6$$

$$= \prod(0,2,3,6)$$

7. Carilah bentuk kanonik dari soal berikut:

$$f(x,y,z) = F = x' y' z + x y' z' + x y z$$

Jawab

Tabel nilainya:

x	y	z	Minterm	Maxterm	F
0	0	0	$x' y' z'$	$x + y + z$	0
0	0	1	$x' y' z$	$x + y + z'$	1
0	1	0	$x' y z'$	$x + y' + z$	0
0	1	1	$x' y z$	$x + y' + z'$	0
1	0	0	$x y' z'$	$x' + y + z$	1
1	0	1	$x y' z$	$x' + y + z'$	0
1	1	0	$x y z'$	$x' + y' + z$	0
1	1	1	$x y z$	$x' + y' + z'$	1

$$\text{Jadi } f(x,y,z) = x' y' z + x y' z' + x y z$$

$$= m_1 + m_4 + m_7$$

$$= \Sigma(1,4,7)$$

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_5 \cdot M_6$$

$$= \Pi(0,2,3,5,6)$$

8. Carilah bentuk kanonik dari soal berikut:

$$f(x,y,z) = F = x' y' z + x y' z' + x y z$$

Jawab

Tabel nilainya:

x	y	z	Minterm	Maxterm	F
0	0	0	$x' y' z'$	$x + y + z$	0
0	0	1	$x' y' z$	$x + y + z'$	1
0	1	0	$x' y z'$	$x + y' + z$	0
0	1	1	$x' y z$	$x + y' + z'$	0
1	0	0	$x y' z'$	$x' + y + z$	1
1	0	1	$x y' z$	$x' + y + z'$	1
1	1	0	$x y z'$	$x' + y' + z$	0
1	1	1	$x y z$	$x' + y' + z'$	0

$$\text{Jadi } f(x,y,z) = x' y' z + x y' z' + x y' z$$

$$= m_1 + m_4 + m_5$$

$$= \Sigma(1,4,5)$$

$$f(x,y,z) = M_0 \cdot M_2 \cdot M_3 \cdot M_6 \cdot M_7$$

$$= \Pi(0,2,3,6,7)$$