## Isi

# HIMPUNAN I

### 1.1. DEFINISI

Himpunan merupakan kumpulan objek-objek yang berbeda. Himpunan adalah kumpulan objek yang didefinisikan secara jelas dalam sembarang urutan. Himpunan adalah kumpulan dari objek-objek tertentu yang tercakup dalam satu kesatuan dengan keterangannya yang jelas. Untuk menyatakan suatu himpunan, digunakan huruf besar / KAPITAL seperti A, B, C dsb. Sedangkan untuk menyatakan anggota-anggotanya digunakan huruf kecil seperti a, b, c, dsb. Konsep himpunan merupakan konsep dasar dalam aritmatika. Objek milik himpunan disebut anggota atau elemen himpunan. Jika p adalah anggota himpunan A, ditulis $p \in A$. Sebaliknya jika p adalah bukan anggota himpunan A, maka ditulis $p \notin A$.

### 1.2 PENYAJIAN HIMPUNAN

Ada 4 cara untuk menyatakan suatu himpunan, yaitu:

**1. Enumerasi**

Mengenumerasi artinya menulis semua elemen himpunan yang bersangkutan di antara dua buah tanda kurung kurawal. Biasanya himpunan diberi nama dengan menggunakan huruf kapital maupun dengan menggunakan simbol-simbol lainnya.

Contoh:

1. Himpunan A berisi empat bilangan asli.
   Dapat ditulis sebagai berikut A = {1,2,3,4}
2. Himpunan B berisi lima bilangan genap positif pertama.
   Dapat ditulis sebagai berikut B = { 2,4,6,8,10}
3. Himpunan C berisi 100 buah bilangan asli pertama.
   Dapat ditulis sebagai berikut C = {1, 2, ..., 100 }
4. Himpunan Z berisi bilangan bulat.
   Dapat ditulis sebagai berikut Z = {…, -2, -1, 0, 1, 2, …}.

**Keanggotaan**

$x \in A$ : *x* merupakan anggota himpunan *A*;

$x \notin A$ : *x* bukan merupakan anggota himpunan *A*.

Contoh:

Misalkan: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $R = \{ a, b, \{a, b, c\}, \{a, c\} \}$

$K = \{\{\}\}$

maka

$3 \in A$

$\{a, b, c\} \in R$

$c \notin R$

$\{\} \in K$

$\{\} \notin R$

**2. Simbol-simbol Baku**

Beberapa simbol baku yang biasa digunakan untuk mendefinisikan himpunan antara lain:

P = himpunan bilangan bulat positif.

N = himpunan bilangan alami (natural).

Z = himpunan bilangan bulat

Q = himpunan bilangan rasional

R = himpunan bilangan riil

C = himpunan bilangan kompleks

U = himpunan semesta

**3. Notasi Pembentuk Bilangan**

Himpunan dinyatakan dengan menulis syarat yang harus dipenuhi anggotanya.

| Notasi: { x \| syarat yang harus dipenuhi oleh x } |
|---|

Aturan dalam penulisan syarat keanggotaan:

a. Bagian di kiri tanda '|' melambangkan elemen himpunan

b. Tanda '|' dibaca *dimana* atau *sedemikian sehingga*

c. Bagian di kanan tanda '|' menunjukan syarat keanggotaan himpunan

d. Setiap tanda ',' di dalam syarat keanggotaan dibaca *dan*

Contoh:

1. A adalah himpunan bilangan bulat positif yang lebih kecil dari 5.

   Dinyatakan sebagai:

   A = { x | x adalah himpunan bilangan bulat posif lebih kecil dari 5}

   Notasi matematikanya:

   $A = \{ x \mid x \in P, x < 5 \}$

   Yang ekivalen dengan $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$

2. B adalah himpunan bilangan genap positif yang lebih kecil atau sama dengan 8.
   Dinyatakan sebagai:
   B = { x | x adalah himpunan bilangan genap positif yang lebih kecil dari 8 }
   Notasi Matematikanya:
   B = { x | x/2 $\in$ P, 2 < x < 8 }

**4. Diagram Venn**

Diagram Venn menyajikan himpunan secara grafis. Didalam diagram Venn, himpunan semesta (U) digambarkan sebagai suatu segi empat sedangkan himpunan lainnya digambarkan sebagai lingkaran di dalam segi empat tersebut.

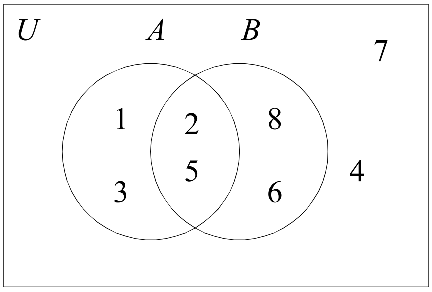
Contoh:

Misalkan U = {1, 2, …, 7, 8},

*A* = {1, 2, 3, 5} dan

*B* = {2, 5, 6, 8}.

Diagram Venn:




**1.3. DEFINISI PADA TEORI HIMPUNAN**

**1. Kardinalitas**

Jumlah elemen di dalam *A* disebut kardinal dari himpunan *A*.

| Notasi: $n(A)$ atau $\mid A \mid$ |
|---|

Contoh:

(i) $B$ = { $x$ | $x$ merupakan bilangan prima yang lebih kecil dari 20 },
   atau $B$ = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19}
   maka $|B|$ = 8

(ii) $T$ = {kucing, $a$, Amir, 10, paku},
   maka $|T|$ = 5

(iii) $A$ = {$a$, {$a$}, {{$a$}} },
   maka $|A|$ = 3

## 2. Himpunan Kosong

Himpunan kosong adalah himpunan yang tidak mempunyai elemen.

| Notasi : $\varnothing$ atau {} |
|---|

Contoh:

(i) $E = \{ x \mid x < x \}$, maka $n(E) = 0$

(ii) $P$ = { orang Indonesia yang pernah ke bulan }, maka $n(P) = 0$

(iii) $A$ = {$x$ | $x$ adalah akar persamaan kuadrat $x^2 + 1 = 0$ }, $n(A) = 0$

Himpunan { { } } dapat juga ditulis sebagai { $\varnothing$ }

Himpunan {{ }, {{ }}} dapat juga ditulis sebagai {$\varnothing$, {$\varnothing$}}

{$\varnothing$} bukan himpunan kosong karena ia memuat satu elemen yaitu himpunan kosong.

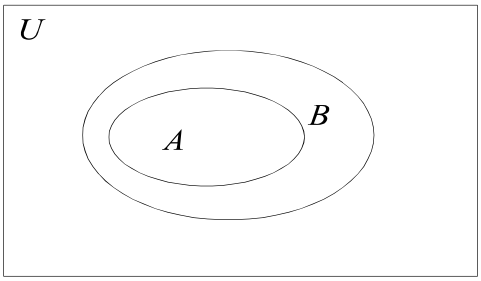
## 3. Himpunan Bagian *(subset)*

Himpunan $A$ dikatakan himpunan bagian dari himpunan $B$ jika dan hanya jika setiap elemen $A$ merupakan elemen dari $B$.

Dalam hal ini, $B$ dikatakan *superset* dari $A$.

| Notasi: $A \subseteq B$ |
|---|

Diagram Venn $A \subseteq B$:




Contoh:

(i) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3, 4, 5\}$

(ii) $\{1, 2, 3\} \subseteq \{1, 2, 3\}$

- $\varnothing \subseteq A$ dan $A \subseteq A$, maka $\varnothing$ dan $A$ disebut himpunan bagian tak sebenarnya (*improper subset*) dari himpunan $A$.

  Contoh: $A = \{1, 2, 3\}$, maka $\{1, 2, 3\}$ dan $\varnothing$ adalah *improper subset* dari $A$.

- $A \subseteq B$ berbeda dengan $A \subset B$

  (i) $A \subset B$ : $A$ adalah himpunan bagian dari $B$ tetapi $A \neq B$.
  $A$ adalah himpunan bagian sebenarnya (*proper subset*) dari $B$.

  Contoh: {1} dan {2, 3} adalah *proper subset* dari {1, 2, 3}

  (ii) $A \subseteq B$ : digunakan untuk menyatakan bahwa $A$ adalah himpunan bagian (*subset*) dari $B$ yang memungkinkan $A = B$.

**4. Himpunan yang Sama**

- $A = B$ jika dan hanya jika setiap elemen $A$ merupakan elemen $B$ dan sebaliknya setiap elemen $B$ merupakan elemen $A$.
- $A = B$ jika $A$ adalah himpunan bagian dari $B$ dan $B$ adalah himpunan bagian dari $A$. Jika tidak demikian, maka $A \neq B$.

| Notasi : $A = B \leftrightarrow A \subseteq B$ dan $B \subseteq A$ |
|---|

Contoh:

(i) Jika $A = \{ 0, 1 \}$ dan $B = \{ x \mid x (x - 1) = 0 \}$, maka $A = B$

(ii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{5, 3, 8 \}$, maka $A = B$

(iii) Jika $A = \{ 3, 5, 8, 5 \}$ dan $B = \{3, 8\}$, maka $A \neq B$

Untuk tiga buah himpunan, $A$, $B$, dan $C$ berlaku aksioma berikut:

(a) $A = A$, $B = B$, dan $C = C$

(b) jika $A = B$, maka $B = A$

(c) jika $A = B$ dan $B = C$, maka $A = C$

**5. Himpunan terhingga**

Himpunan terhingga adalah himpunan yang banyak anggotannya terhingga.

Contoh:

D = {x | x adalah bilangan asli yang kurang dari 11}

D adalah himpunan terhingga, karena elemen-elemennya terhingga yaitu {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

**6. Himpunan tak hingga**

Himpunan tak hingga adalah himpunan yang banyak anggotanya tidak terhingga atau tidak terbatas.

Contoh:

Z = {y | y adalah bilangan asli}

Z adalah himpunan tak hingga, karena elemen-elemennya tidak terbatas atau tak berhingga.

**7. Himpunan Ekivalen**

Himpunan *A* dikatakan ekivalen dengan himpunan *B* jika dan hanya jika kardinal dari kedua himpunan tersebut sama.

| Notasi : $A \sim B \leftrightarrow |A| = |B|$ |
|---|

Contoh:

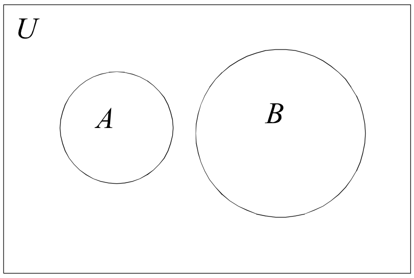
Misal $A = \{ 1, 3, 5, 7 \}$ dan $B = \{ a, b, c, d \}$, maka $A \sim B$ sebab $|A| = |B| = 4$

**8. Himpunan Saling Lepas**

Dua himpunan A dan B dikatakan saling lepas (*disjoint*) jika keduanya tidak memiliki elemen yang sama.

| Notasi : $A \mathbin{//} B$ |
|---|

Diagram Venn:




Contoh:

Jika $A = \{ x \mid x \in P, x < 8 \}$ dan $B = \{ 10, 20, 30, ... \}$, maka $A \mathbin{//} B$.

**9. Himpunan Kuasa (power set)**

Himpunan kuasa adalah himpunan seluruh himpunan bagian dari suatu himpunan. Himpunan kuasa dari himpunan A adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan semua himpunan bagian dari A, termasuk himpunan kosong dan himpunan A sendiri.

| Notasi : $P(A)$ atau $2^A$ |
|---|

Contoh1:

Jika $A = \{ 1, 2 \}$, maka $P(A) = \{ \varnothing, \{ 1 \}, \{ 2 \}, \{ 1, 2 \}\}$

Contoh2:

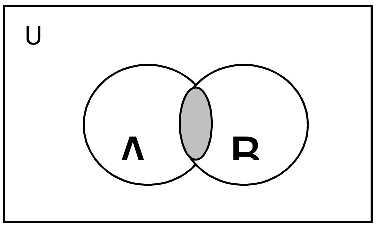
Himpunan kuasa dari himpunan kosong adalah $P(\varnothing) = \{\varnothing\}$, dan himpunan kuasa dari himpunan $\{\varnothing\}$ adalah $P(\{\varnothing\}) = \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

## 1.4. OPERASI – OPERASI DASAR HIMPUNAN

### 1. Irisan (Perpotongan / Intersection)

Irisan himpunan A dan himpunan B adalah himpunan yang setiap elemennya merupakan elemendari himpunan A dan himpunan B. Irisan dinyatakan dengan $A \cap B$ yang dibaca "A irisan B".

Diagram Venn untuk $A \cap B$




Contoh:

S = {a, b, c, d} dan T = {b, d, f, g}

Maka $S \cap T = \{b, d\}$

Dapat dinyatakan dengan $A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \in B\}$

Setiap himpunan A dan himpunan B mengandung $A \cap B$ sebagai subhimpunan, yaitu

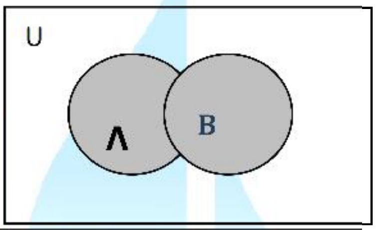
$(A \cap B) \subset A$ dan $(A \cap B) \subset B$

Jika himpunan A dan himpunan B tidak mempunyai elemen-elemen yang dimiliki bersama, berarti A dan B terpisah, maka irisan dari keduanya adalah himpunan kosong.

### 2. Gabungan (Perpaduan / Union )

Gabungan (Union) himpunan dari A dan B adalah himpunan yang setiap anggotanya merupakan anggota himpunan A atau B atau keduanya. Union tersebut dapat dinyatakan sebagai $A \cup B$ dibaca A union B.

Diagram venn dari $A \cup B$



Contoh

A = {a, b, c, d} dan B = {e, f, g}

Maka $A \cup B$ = {a, b, c, d, e, f, g}

Union A dan B dapat didefinisikan secara ringkas sebagai berikut

$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$

Berlaku hukum $A \cup B = B \cup A$

A dan B kedua-duanya juga selalu berupa subhimpunan dari $A \cup B$, yaitu

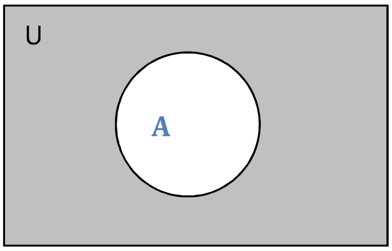
$A \subset (A \cup B)$ dan $B \subset (A \cup B)$

**3. Komplemen (complement)**

Komplemen dari suatu himpunan A terhadap himpunan semesta U adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemem U yang bukan elemen A, yaitu selisih dari himpunan semesta U dan A. Komplemen dapat didefinisikan secara ringkas sebagai berikut

$A' = \{x \mid x \in U \text{ dan } x \notin A\}$ atau $A' = \{x \mid x \notin A\}$

Diagram Venn dari A'.




Contoh:

Misalkan U = {1,2,3,…,9}

A = {1,3,7,9} carilah A' !

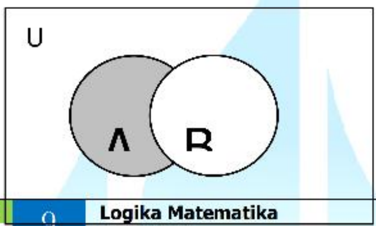
<u>JAWAB</u>

A' = {2,4,6,8}

**4. Selisih (difference)**

Selisih dari himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya merupakan elemen A dan bukan elemen B. Dinyatakan dengan A – B dibaca "selisih A dan B" atau "A kurang B". Himpunan A mengandung A – B sebagai subhimpunan, berarti$(A - B) \subset A$.

Diagram Venn untuk A – B



Contoh:

Jika A = { 1,2,3,...10} dan B = { 2,4,6,8,10} Carilah A – B dan B – A!

Jawab

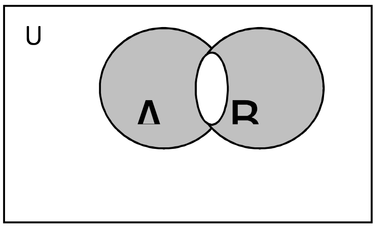
A – B = { 1,3,5,7,9}

B – A = 0 {himpunan kosong}

**5. Beda Setangkup (symmetric difference / Selisih simetri)**

Beda setangkup dari himpunan A dan B adalah suatu himpunan yang elemennya ada pada himpunan A dan B tetapi tidak pada keduanya.

Diagram Venn untuk $A \oplus B$




Contoh:

Jika A = { 2, 4,6} dan B = { 2,3,5} Carilah $A \oplus B$!

Jawab

$A \oplus B$ = { 3,4,5,6}

**Latihan**:

1. Jika $A$ = {2, 4, 6, 8, 10} dan $B$ = {4, 10, 14, 18} carilah $A \cap B$!
2. Jika $A$ = { 2, 5, 8 , 10} dan $B$ = { 7, 5, 22 }, carilah $A \cup B$!
3. Misalkan U = { 1, 2, 3, ..., 10 }, jika $A$ = {1, 3, 5, 7, 9}, carilah A'!
4. Jika $A$ = { 1, 2, 3, ..., 10 } dan $B$ = { 2, 4, 6, 8}, carilah $A - B$!
5. Jika $A$ = {1, 2, 4, 6 } dan $B$ = { 2, 3, 5,7 }, carilah $A \oplus B$!
6. Jika U= {a, b, c, . . . i}, A= { a, i}, B= {a, b, c} , dan C= {a, g, h}.

   Carilah:

   a) $A \cap B \cap C$
   b) $A \cup (B \cap C)$
   c) $A \cup B \cup C$
   d) $A' \cap (B \cup C)$

e) $(A \cup B) \cap C'$