

Materi-3

LINIER PROGRAMMING METODE SIMPLEX

Bentuk Matematis

- Maksimumkan $Z = 3X_1 + 5X_2$
- Batasan (constrain)
 - (1) $2X_1 \leq 8$
 - (2) $3X_2 \leq 15$
 - (3) $6X_1 + 5X_2 \leq 30$

LINEAR PROGRAMMING METODE SIMPLEKS

- Langkah-langkah metode simpleks

Langkah 1:

Mengubah fungsi tujuan dan batasan-batasan

- Fungsi tujuan

$$Z = 3X_1 + 5X_2 \text{ diubah menjadi } Z - 3X_1 - 5X_2 = 0.$$

- Fungsi batasan (diubah menjadi kesamaan & di + slack variabel)

$$(1) 2X_1 \leq 8 \text{ menjadi } 2X_1 + X_3 = 8$$

$$(2) 3X_2 \leq 15 \text{ menjadi } 3X_2 + X_4 = 15$$

$$(3) 6X_1 + 5X_2 \leq 30 \text{ menjadi } 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$$

Slack variabel adalah variabel tambahan yang mewakili tingkat pengangguran atau kapasitas yang merupakan batasan

LINEAR PROGRAMMING METODE SIMPLEKS

- Fungsi tujuan : Maksimumkan $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$
- Fungsi batasan
 - (1) $2X_1 + X_3 = 8$
 - (2) $3X_2 + X_4 = 15$
 - (3) $6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30$

Langkah 2:

Menyusun persamaan-persamaan di dalam tabel

Beberapa Istilah dlm Metode Simplek

- **NK** adalah *nilai kanan* persamaan, yaitu nilai di belakang tanda sama dengan ($=$). Untuk batasan 1 sebesar 8, batasan 2 sebesar 15, dan batasan 3 sebesar 30.
- **Variabel dasar** adalah variabel yang nilainya sama dengan sisi kanan dari persamaan. Pada persamaan $2X_1 + X_3 = 8$, kalau belum ada kegiatan apa-apa, berarti nilai $X_1 = 0$, dan semua kapasitas masih menganggur, maka pengangguran ada 8 satuan, atau nilai $X_3 = 8$. Pada tabel tersebut nilai variabel dasar (X_3, X_4, X_5) pada fungsi tujuan pada tabel permulaan ini harus 0, dan nilainya pada batasan-batasan bertanda positif

1. Tabel simpleks yang pertama

$Z = 3X_1 + 5X_2$ diubah menjadi $Z - 3X_1 - 5X_2 = 0$.

$$\begin{array}{lcl}
 (1) 2X_1 & \leq 8 & \text{menjadi} \quad 2X_1 + X_3 = 8 \\
 (2) 3X_2 & \leq 15 & \text{menjadi} \quad 3X_2 + X_4 = 15 \\
 (3) 6X_1 + 5X_2 & \leq 30 & \text{menjadi} \quad 6X_1 + 5X_2 + X_5 = 30
 \end{array}$$

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X_3	0	2	0	1	0	0	8
X_4	0	0	3	0	1	0	15
X_5	0	6	5	0	0	1	30

Langkah 3: Memilih kolom kunci

- *Kolom kunci* adalah kolom yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek. Pilihlah kolom yang mempunyai nilai pada garis ***fungsi tujuan yang bernilai negatif dengan angka terbesar***. Dalam hal ini kolom X_2 dengan nilai pada baris persamaan tujuan – 5. Berilah tanda segi empat pada kolom X_2 , seperti tabel berikut

2 T abel simpleks: pemilihan kolom kunci pada tabel pertama

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	
X_4	0	0	3	0	1	0	15	
X_5	0	6	5	0	0	1	30	

Jika suatu tabel sudah tidak memiliki nilai negatif pada baris fungsi tujuan, berarti tabel itu tidak bisa dioptimalkan lagi (sudah optimal).

Langkah 4: Memilih baris kunci

- *Baris kunci* adalah baris yang merupakan dasar untuk mengubah tabel simplek, dengan cara mencari indeks tiap-tiap baris dengan membagi nilai-nilai pada kolom NK dengan nilai yang sebaris pada kolom kunci.
- **Indeks = (Nilai Kolom NK) / (Nilai kolom kunci)**
Untuk baris batasan 1 besarnya indeks = $8/0 = \sim$, baris batasan 2 = $15/3 = 5$, dan baris batasan 3 = $30/5 = 6$. Pilih baris yang mempunyai ***indeks positif dengan angka terkecil***. Dalam hal ini batasan ke-2 yang terpilih sebagai baris kunci. Beri tanda segi empat pada baris kunci. Nilai yang masuk dalam kolom kunci dan juga masuk dalam baris kunci disebut ***angka kunci***

Langkah 5: Mengubah nilai-nilai baris kunci

Nilai baris kunci diubah dengan cara membaginya dengan angka kunci, seperti tabel 3. bagian bawah ($0/3 = 0$; $3/3 = 1$; $0/3 = 0$; $1/3 = 1/3$; $0/3 = 0$; $15/3 = 5$). Gantilah variabel dasar pada baris itu dengan variabel yang terdapat di bagian atas kolom kunci (X2).

3 Tabel simpleks: Cara mengubah nilai baris kunci

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	-5	0	0	0	0	8/0 = ∞
X ₃	0	2	0	1	0	0	8	15/3 = 5 ←
X ₄	0	0	3	0	1	0	15	30/5 = 6
X ₅	0	6	5	0	0	1	30	
Z								
X ₃								
X ₂	0	0	1	0	1/3	0	15/3	
X ₅								

0/3	0/3	3/3	0/3	1/3	0/3	15/3
-----	-----	-----	-----	-----	-----	------

Langkah6: Mengubah nilai-nilai selain pada baris kunci

Rumus :

Baris baru = baris lama – (koefisien pada kolom kunci) x nilai baru baris kunci

			[-3	-5	0	0	0,	0]	
Baris pertama (Z)	(-5)		[0	1	0	1/3	0,	5]	(-)
Nilai baru	=		[-3	0	0	5/3	0,	25]	

Baris ke-2 (batasan 1)

			[2	0	1	0	0,	8]	
	(0)		[0	1	0	1/3	0,	5]	(-)
Nilai baru	=		[2	0	1	0	0,	8]	

Baris ke-4 (batasan 3)

		[6	5	0	0	1,	30]	
	(5)	[0	1	0	1/3	0,	5]	(-)
Nilai baru	=	[6	0	0	-5/3	1,	5]	

Tabel pertama nilai lama dan tabel kedua nilai baru

Variabel Dasar	Z	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	NK
Z	1	-3	-5	0	0	0	0
X ₃	0	2	0	1	0	0	8
X ₄	0	0	3	0	1	0	15
X ₅	0	6	5	0	0	1	30
Z	1	-3	0	0	5/3	0	25
X₃	0	2	0	1	0	0	8
X₂	0	0	1	0	1/3	0	5
X₅	0	6	0	0	-5/3	1	5

Langkah 7: Melanjutkan perbaikan

Ulangilah langkah-langkah perbaikan mulai langkah 3 sampai langkah ke-6 untuk memperbaiki tabel-tabel yang telah diubah/diperbaiki nilainya. Perubahan baru berhenti setelah pada baris pertama (fungsi tujuan) tidak ada yang bernilai negatif

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK	Keterangan (Indeks)
Z	1	-3	0	0	$5/3$	0	25	
X_3	0	2	0	1	0	0	8	$= 8/2 = 4$
X_4	0	0	1	0	$1/3$	0	5	
X_5	0	6	0	0	$-5/3$	1	5	$= 5/6$ (minimum)
Z	1							
X_3	0							
X_2	0							
X_1	0	$6/6$	0	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$	

$6/6$

$0/6$

$0/6$

$(-5/3)/6$

$1/6$

$5/6$

Nilai baru

Baris ke-1

		$[-3$	0	0	$5/3$	$0,$	$25]$	
	(-3)	$[1$	0	0	$-5/18$	$1/6,$	$5/6]$	$(-)$
Nilai baru	$=$	$[0$	0	0	$5/6$	$1/2,$	$27\frac{1}{2}]$	

Baris ke-2 (batasan 1)

		$[2$	0	1	0	$0,$	$8]$	
	(2)	$[1$	0	0	$-5/18$	$1/6,$	$5/6]$	$(-)$
Nilai baru	$=$	0	0	1	$5/9$	$-1/3,$	$6\frac{1}{3}]$	

Baris ke-3 tidak berubah karena nilai pada kolom kunci = 0

		$[0$	1	0	$1/3$	$0,$	$5]$	
	(0)	$[1$	0	0	$-5/18$	$1/6,$	$5/6]$	$(-)$
Nilai baru	$=$	0	1	0	$1/3$	$0,$	$5]$	

Tabel simpleks final hasil perubahan

Variabel Dasar	Z	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	NK
Z	1	0	0	0	$5/6$	$1/2$	$27\frac{1}{2}$
X_3	0	0	0	1	$5/9$	$-1/3$	$6\frac{1}{3}$
X_2	0	0	1	0	$1/3$	0	5
X_1	0	1	0	0	$-5/18$	$1/6$	$5/6$

Baris pertama (Z) tidak ada lagi yang bernilai negatif. Sehingga tabel tidak dapat dioptimalkan lagi dan tabel tersebut merupakan hasil optimal

Dari tabel final didapat

$$X_1 = 5/6$$

$$X_2 = 5$$

$$Z_{\text{maksimum}} = 27\frac{1}{2}$$