Materi-2

Program Linier : Metode Grafik

Universitas Bina Darma

PENDAHULUAN

- Program linier merupakan model matematik untuk mendapatkan alternatif penggunaan terbaik atas sumber-sumber organisasi. Program linier adalah suatu teknik perencanaan yang bersifat analitis yang analitisnya menggunakan model matematis, dengan tujuan menemukan beberapa kombinasi alternatif pemecahan optimum terhadap persoalan.

Universitas Bina Darma

Bentuk Umum Model Program Linier

Optimumkan :

$$Z = \sum_{j=1}^{n} c_j x_j$$

Dengan batasan :

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \geq \leq b_i \; untuk \; i = 1,2,3, \ldots, m$$

$$x_j \; \geq 0 \; untuk \; j = 1,2,3, \ldots, n$$

Atau dapat ditulis secara lengkap sebagai berikut :

Optimumkan :

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \ldots + c_n x_n$$

Dengan batasan :

$$a_{11} x_1 + a_{12} x_2 + \cdots + a_{1n} x_n \quad \geq \leq b_1$$

$$a_{21} x_1 + a_{22} x_2 + \cdots + a_{21n} x_n \quad \geq \leq b_2$$

$$a_{m1} x_1 + a_{m2} x_2 + \cdots + a_{m1n} x_n \quad \geq \leq b_m$$

$$x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n \geq 0$$

Terminologi Umum Untuk Model Program Linier

1. Fungsi Tujuan (*Objective Function*), fungsi yang akan dicari nilai optimalnya (Z).
2. Fungsi-Fungsi Batasan
   a. Fungsi batasan fungsional, yaitu fungsi-fungsi batasan sebanyak m.
   b. Fungsi batasan non-negatif (*non negative constraints*) yaitu variabel $xj \geq 0$
3. Variabel Keputusan (*Decision Variables*), yaitu variabel-variabel xj.
4. Parameter model, yaitu masukkan konstan aij, bi, dan cj.

Asumsi-asumsi Dasar Program Linier

1. *Proportionality*, asumsi ini berarti naik turunnya nilai Z dan penggunaan sumber atau fasilitas yang tersedia akan berubah secara sebanding dengan perubahan tingkat kegiatan.
2. *Additivity*, berarti nilai tujuan tiap kegiatan tidak saling mempengaruhi, atau dengan program linier dianggap bahwa kenaikan suatu kegiatan dapat ditambahkan tanpa mempengaruhi bagian nilai Z yang diperoleh dari kegiatan lain.
3. *Divisibility*, berarti keluaran yang dihasilkan oleh setiap kegiatan dapat berupa bilangan pecahan.
4. *Deterministic* (*Certainty*), berarti bahwa semua parameter yang terdapat pada program linier dapat diperkirakan dengan pasti, meskipun dalam kenyataan tidak sama persis.

Pemecahan Persoalan Program Linier Dengan Menggunakan Metode Grafik

1. Gambarkan sebuah bidang koordinat dengan kedua variabel sebagai sumbu-sumbu koordinat.
2. Gambarkan garis-garis fungsi batasan dengan menganggap batasannya sebagai persamaan.
3. Tentukan daerah dalam bidang koordinat yang memenuhi semua batasan, daerah ini disebut sebagai daerah layak (*feasible region*).
4. Tentukan koordinat titik sudut (disebut sebagai titik ekstrim).
5. Hitung harga fungsi tujuan untuk semua titik sudut, kemudian pilih harga yang optimal sebagai pemecahan persoalan.

Universitas Bina Darma

CONTOH :

- PT. Dimensi adalah sebuah perusahaan furnitur produsen meja dan kursi yang harus diproses melalui perakitan dan pemolesan. Fungsi proses perakitan memiliki 60 jam kerja dan fungsi proses pemolesan memiliki 48 jam kerja. Untuk menghasilkan satu meja dibutuhkan masing-masing 4 jam dan 2 jam untuk perakitan dan pemolesan, sedang satu kursi membutuhkan masing-masing 2 jam dan 4jam untuk perakitan dan pemolesan. Laba untuk tiap meja \$8 dan tiap kursi \$6. Tentukan kombinasi terbaik dari jumlah meja dan kursi yang harus diproduksi agar menghasilkan laba maksimal !

Universitas Bina Darma

Penyelesaian :

Informasi Produksi PT Dimensi

	Waktu yang dibutuhkan untuk satu unit produk (jam)		Total jam tersedia
	Meja	Kursi	
Perakitan	4	2	60
Pemolesan	2	4	48
Laba/Unit	\$8	\$6	

x = jumlah meja yang dibuat

y = jumlah kursi yang dibuat

Z = jumlah kontribusi laba seluruh meja dan kursi

Model program liniernya adalah :

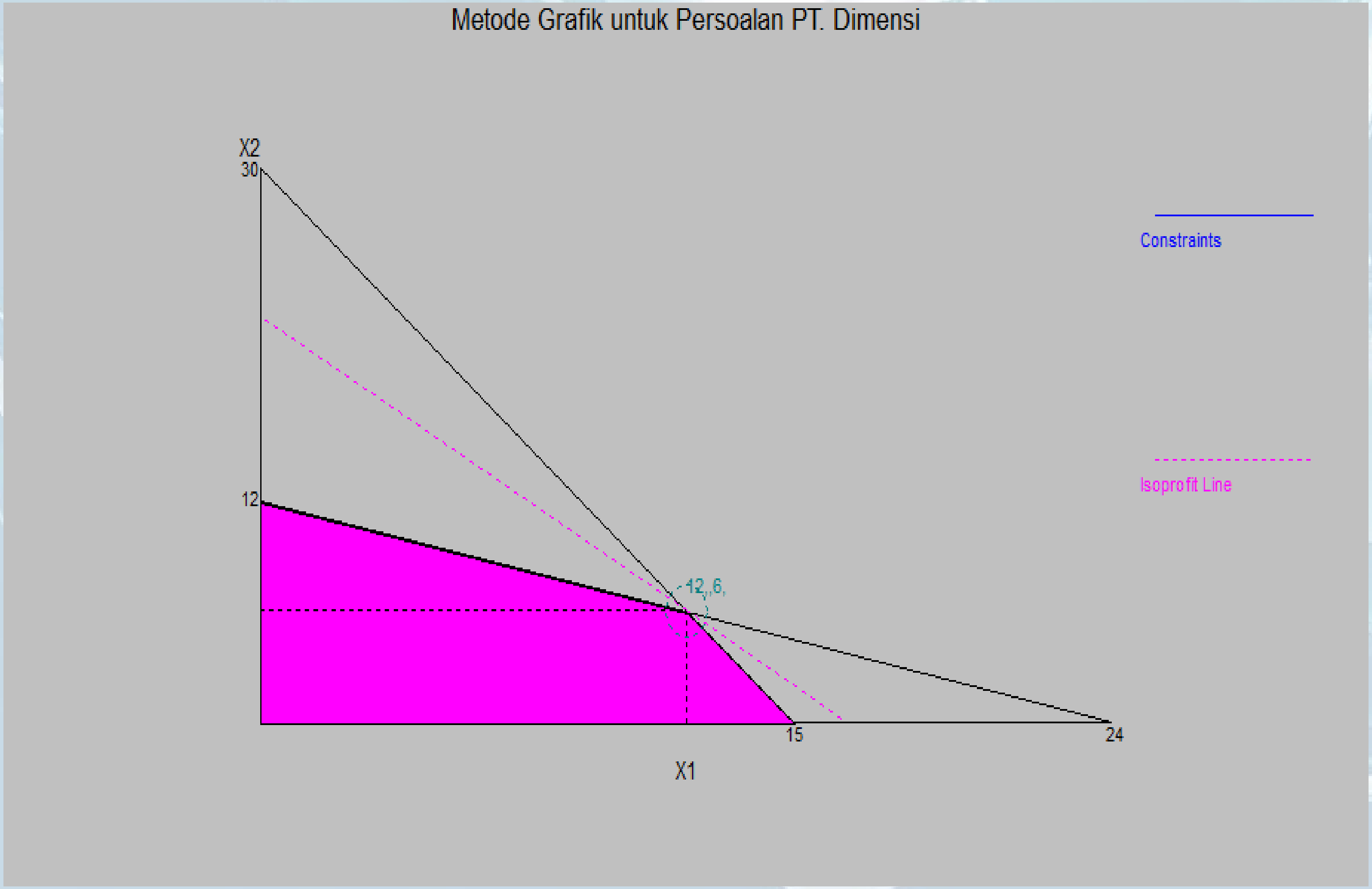
Maksimumkan laba : $Z = 8x + 6y$

Dengan batasan :

$4x + 2y \leq 60 \rightarrow$ Fungsi batasan proses perakitan

$2x + 4y \leq 48 \rightarrow$ Fungsi batasan proses pemolesan

Penyelesaian :



Universitas Bina Darma

Penyelesaian :

Dari grafik di atas titik sudut yang diketahui adalah A, E, dan C sedangkan titik sudut D dapat dicari dengan eliminasi antara persamaan 1 dan 2, yaitu :

$$4x + 2y = 60 \quad x\,2 \rightarrow 8x + 4y = 120$$

$$2x + 4y = 48 \quad x\,1 \rightarrow \underline{2x + 4y = 48\ -}$$

$$6x = 72\text{, maka } x = 12$$

Substitusikan x = 12 ke dalam persamaan kedua:

$$2x + 4y = 48$$

$$4y = 24$$

$$y = 6$$

Titik D (6,12)

Penyelesaian :

Langkah berikutnya, hitung nilai empat titik sudut dengan cara mensubstitusikan ke dalam fungsi tujuan untuk melihat kombinasi mana yang menghasilkan laba terbesar

Titik A (0,0) : $Z = 8(0) + 6(0) = 0$

Titik E (0,12) : $Z = 8(0) + 6(12) = 72$

Titik C (15,0) : $Z = 8\ (15) + 6(0) = 120$

Titik D (12,6) : $Z = 8(12) + 6(6) = 132$

Ternyata titik yang menghasilkan laba terbesar adalah D= $132. Jadi, untuk menghasilkan laba terbesar perusahaan harus membuat meja sebanyak 12 buah dan kursi sebanyak 6 buah.

Contoh :

Holiday Meal Turkey Ranch

Peternakan kalkun “Holiday” mempertimbangkan untuk membeli dua merek yang berbeda dari pakan kalkun dan mencampur kedua merek tersebut untuk menghasilkan makanan kalkun yang rendah biaya. Setiap pakan mengandung (dalam proporsi yang bervariasi), beberapa atau semua dari tiga nutrisi penting untuk penggemukkan kalkun. Setiap pon merek 1 yang dibeli, misalnya, berisi 5 ons bahan A, 4 ons bahan B, dan 0,5 ons bahan C. Setiap pon merek 2 berisi 10 ons bahan A, 3 ons bahan B, tetapi tidak ada bahan C. Biaya pakan merek 1 = 2 sen per pon, sedangkan biaya pakan merek 2 = 3 sen per pon. Pemilik peternakan ingin menggunakan LP untuk menentukan pakan dengan biaya terendah yang memenuhi persyaratan asupan bulanan minimum untuk masing-masing bahan gizi.

Universitas Bina Darma

Penyelesaian :

INGREDIENT	COMPOSITION OF EACH POUND OF FEED (OZ.) BRAND 1 FEED	BRAND 2 FEED	MINIMUM MONTHLY REQUIREMENT PER TURKEY (OZ.)
A	5	10	90
B	4	3	48
C	0.5	0	1.5
Cost per pound	2 cents	3 cents	

$X1$ = jumlah pon pakan merek 1

$X2$ = jumlah pon pakan merek 2

Minimalkan biaya (C) = $2X1 + 3X2$

Dengan batasan :

$5X1 + 10X2 \geq 90$ ounces

$4X1 + 3X2 \geq 48$ ounces

$0.5\ X1 \geq 1.5$

$X1 \geq 0$

$X2 \geq 0$

Universitas Bina Darma

Penyelesaian :

Jika $X1 = 0$
$5X1 + 10X2 = 90$
$5(0) + 10X2 = 90$
$10X2 = 90$
$X2 = 9$ Koordinat (0,9)

Jika $X2 = 0$
$5X1 + 10X2 = 90$
$5X1 + 0 = 90$
$5X1 = 90$
$X1 = 18$ Koordinat (18,0)

Jika $X1 = 0$
$4X1 + 3X2 = 48$
$4(0) + 3X2 = 48$
$3X2 = 48$
$X2 = 16$ Koordinat (0,16)

Jika $X2 = 0$
$4X1 + 3X2 = 48$
$4X1 + 3(0) = 48$
$4X1 = 48$
$X1 = 12$ Koordinat (12,0)

Penyelesaian :

Cari nilai X_1

$0,5\ X_1 = 1,5$

$X_1 = 3$

Jika $X_1 = 3$

$5X_1 + 10X_2 = 90$

$5(3) + 10X_2 = 90$

$10X_2 = 75$

$X_2 = 7,5$ Koordinat (3, 7,5)

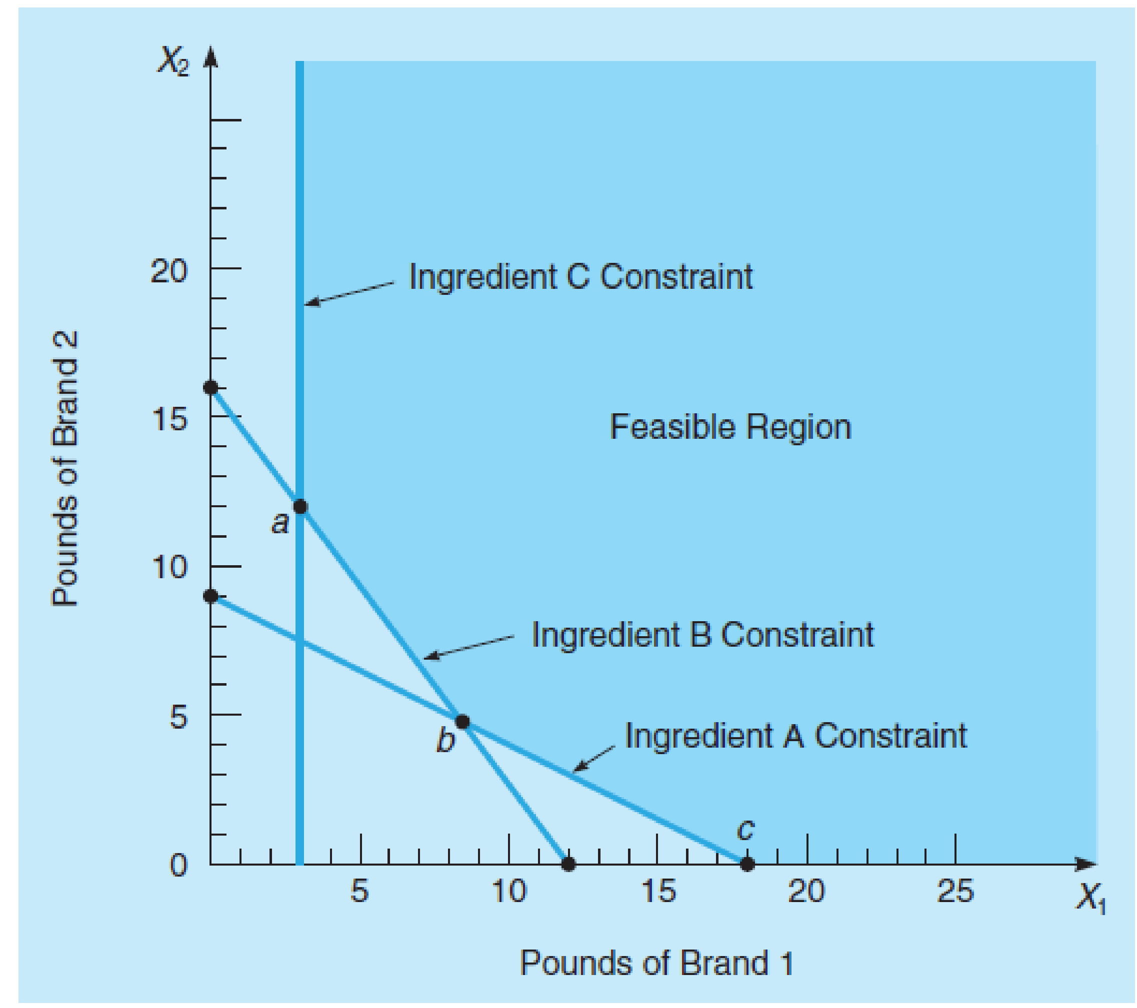
$4X_1 + 3X_2 = 48$

$4(3) + 3X_2 = 48$

$3X_2 = 36$

$X_2 = 12$ Koordinat (3,12)

Penyelesaian :



Universitas Bina Darma

Penyelesaian :

Eliminasi persamaan 1 dan 2

$5X1 + 10X2 = 90$ ounces	x 4	$20X1 + 40X2 = 360$
$4X1 + 3X2 = 48$ ounces	x 5	$20 X1 + 15X2 = 240$ -
		$25X2 = 120$
		$X2 = 4,8$

Substitusikan $X2= 4,8$

$4X1 + 3 (4,8) = 48$

$4X1 = 48 – 14,4$

$4X1 = 33,6$

$X1 = 8,4$

Koordinat (8,4 , 4,8)

Penyelesaian :

Titik sudut yang dibentuk oleh daerah feasibel adalah :

Koordinat (3,12) : C = 2 (3) + 3(12) = 42

Koordinat (8,4 , 4,8) : C = 2 (8,4) + 3 (4,8) = 31,2

Koordinat (18,0) : C = 2 (18) + 3 (0) = 36

Untuk mendapatkan biaya minimum, peternakan membeli 8,4 pon pakan merek 1 dan 4,8 pon pakan merek 2 dengan biaya minimum 31,2 sen per kalkun untuk tiap bulan.

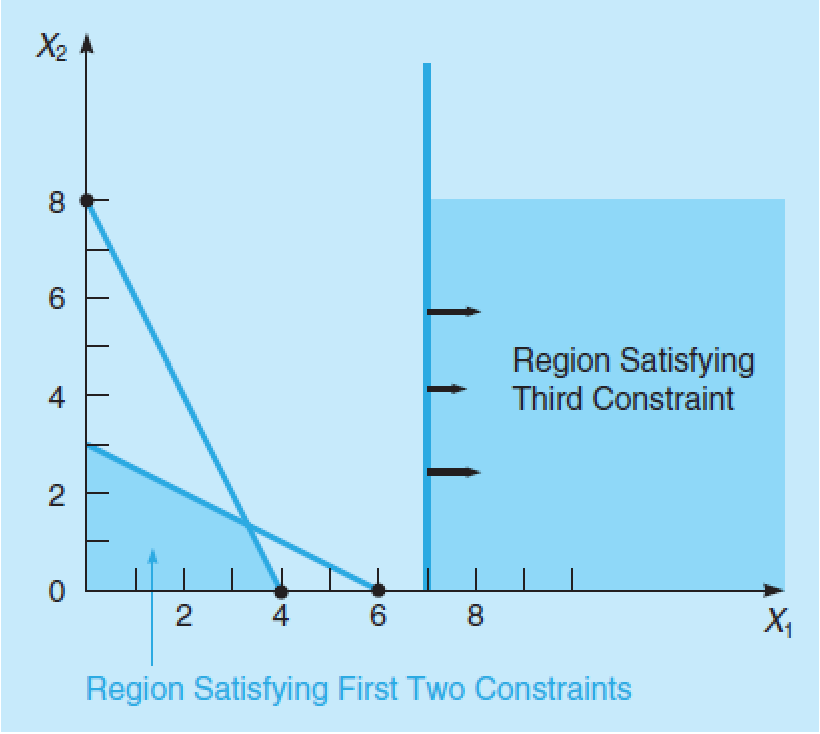
Beberapa Masalah Teknis Dalam Program Linier

1. No Feasible Solution

Ketika tidak ada solusi untuk masalah LP yang memenuhi semua kendala yang diberikan maka tidak ada solusi yang layak. Hal ini terjadi untuk permasalahan dengan kendala yang saling bertentangan.

Misalnya, jika salah satu kendala yang disediakan oleh manajer pemasaran yang menyatakan bahwa setidaknya 300 meja harus diproduksi ($X1 \geq 300$) untuk memenuhi permintaan penjualan. Namun manajer produksi memberikan batasan bahwa tidak ada lebih dari 220 meja yang diproduksi ($X1 \leq 220$) karena kekurangan kayu.

Maka analis riset operasi mengkoordinasikan konflik ini dimana salah satu manajer harus merevisi masukannya atau mungkin dengan memperoleh lebih banyak bahan baku dari sumber yang baru, atau mungkin permintaan penjualan bisa diturunkan dengan mengganti model meja yang baru untuk memenuhi kebutuhan pelanggan.



Contoh :

$X1 + 2X2 \leq 6$

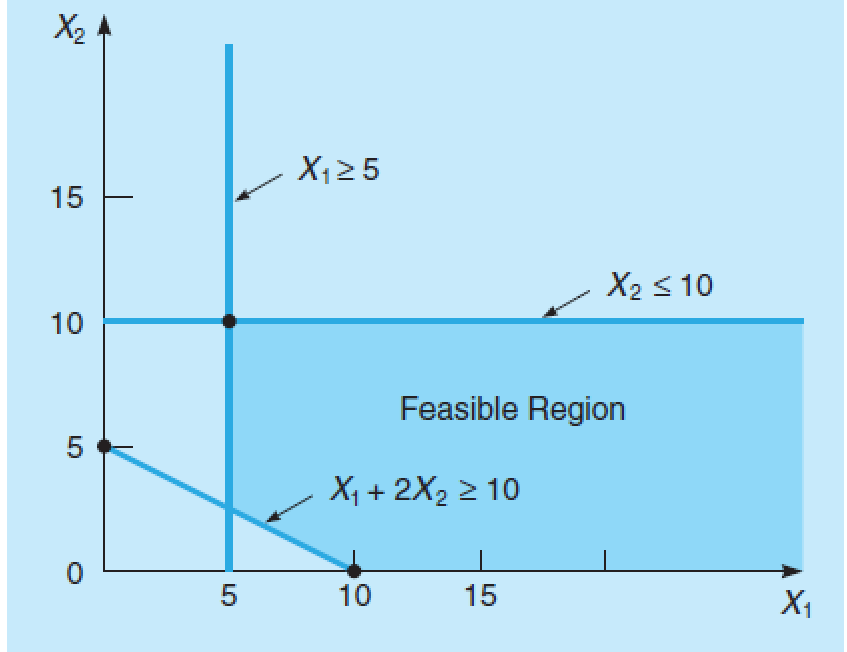
$2X1 + X2 \leq 8$

$X1 \geq 7$

Beberapa Masalah Teknis Dalam Program Linier

2. ***Unboundedness***

Kadang-kadang program linier tidak memiliki solusi yang terbatas. Ini berarti bahwa dalam maksimalisasi sebuah masalah, misalnya, satu atau variabel solusi yang lebih, dan laba, dapat dibuat besar tak berhingga tanpa melanggar kendala apapun. Jika kita mencoba untuk memecahkan masalah seperti ini secara grafis, kita akan mendapatkan daerah layak yang terbuka.



Contoh :

Maximize profit = 3X1 + 5X2

subject to :

X1 ≥ 5

X2 ≤ 10

X1 + 2X2 ≥ 10

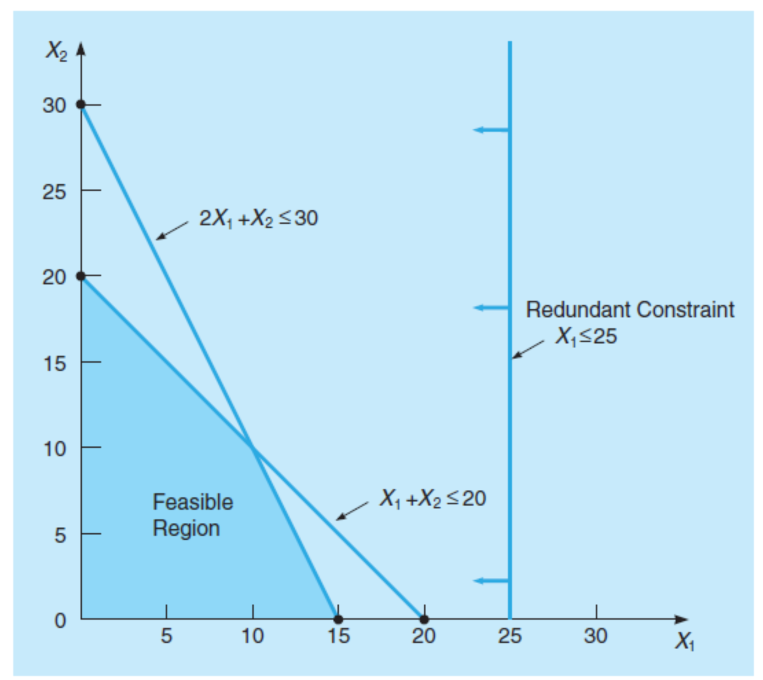
X1, X2 ≥ 0

•

Beberapa Masalah Teknis Dalam Program Linier

3. *Redundancy*

Batasan (constraint) yang *redundant* tidak mempengaruhi daerah layak. Dengan kata lain, salah satu kendala mungkin lebih mengikat atau ketat daripada yang lain. batasan *redundant* ini tidak dipergunakan dalam pertimbangan karena tidak mempengaruhi daerah layak.



Contoh :

Maximize profit = X1 + 2X2

subject to :

X1 + X2 ≤ 20

2X1 + X2 ≤ 30

X1 ≤ 25

X1, X2 ≥ 0

Beberapa Masalah Teknis Dalam Program Linier

4. *Alternate Optimal Solutions*

Masalah LP mungkin memiliki dua atau lebih alternatif solusi optimal. Secara grafis, pada kasus ini terjadi ketika garis isoprofit atau isocost fungsi tujuan secara tepat sejajar dengan salah satu *constraint* atau dengan kata lain memiliki slope yang sama.

Contoh :

Maximize profit = 3X1 + 2X2

subject to :

6X1 + 4X2 ≤ 24

X1 ≤ 3

X1, X2 ≥ 0