

Pertemuan 10

ESTIMASI/PENDUGAAN STATISTIK (1)



Deskripsi

Pada pertemuan ini mahasiswa akan mempelajari tentang pengertian Teori dan kegunaan pendugaan, pendugaan titik parameter, pendugaan Interval, kesalahan standar dari rata-rata hitung sampel dan penyusunan Interval Keyakinan

Tujuan Instruksional

Setelah mempelajari pokok bahasan ini, mahasiswa diharapkan :

- Memahami teori dan kegunaan pendugaan
- dapat melakukan pendugaan titik parameter
- dapat melakukan pendugaan Interval
- mampu menghitung kesalahan standar dari rata-rata hitung sampel
- mampu menyusun Interval Keyakinan



Pengantar

- Pada distribusi sampling kita telah mempelajari, mencari harga-harga statistik sampel (E).
- Dgn harga-harga statistik tersebut, kita berharap dpt mengambil kesimpulan tentang populasi.
- Karena penelitian hanya dilakukan pd sampel, maka harga-harga parameter (populasi) hanya disetimasi (diduga) berdasarkan harga statistik sampel.

Pengantar

- Pendugaan: proses menggunakan sampel statistik untuk menduga hubungan parameter populasi yg tidak diketahui.
- Penduga: harga statistik yg digunakan untuk menduga parameter

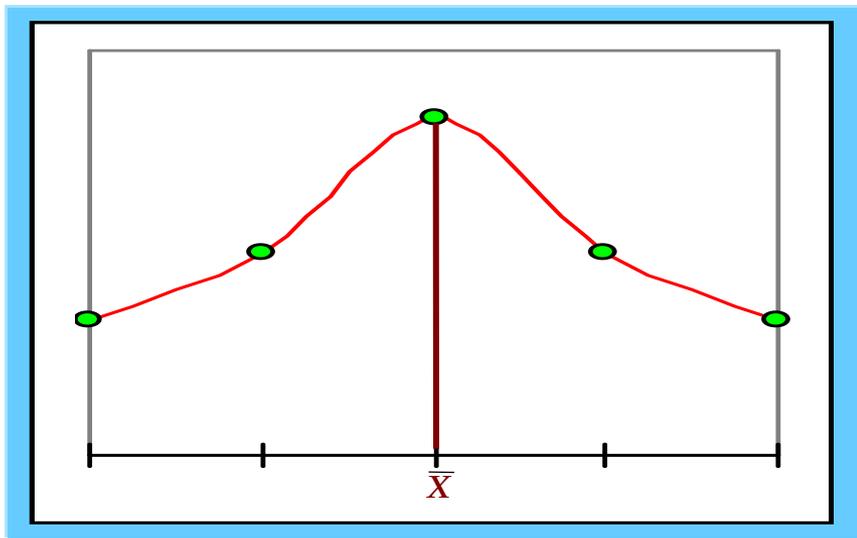


Ciri Estimator/Penduga yang baik

- Tidak bias
- Efisien
- Konsisten

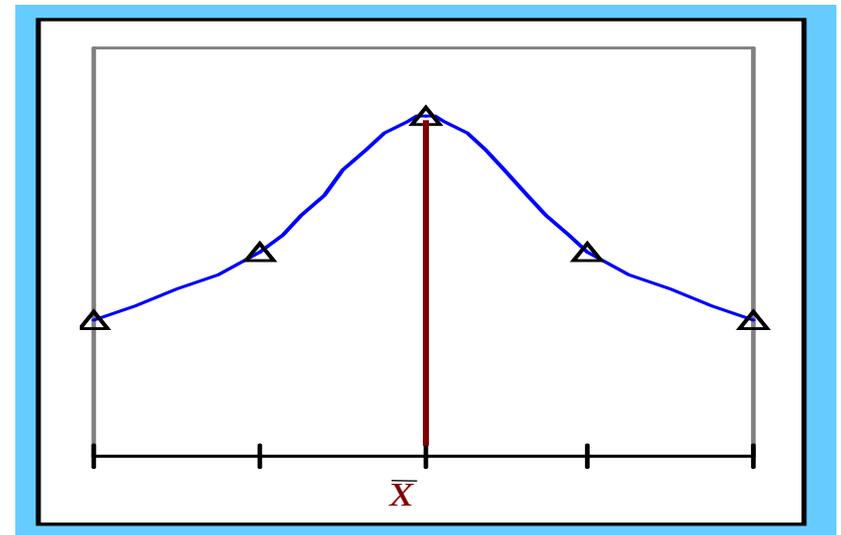
Ciri Estimator: Tidak Bias

- Penduga tidak bias jika:
E (harga statistik) = harga parameter
- Bias = E – harga parameter



$$E(\bar{X}) = \mu$$

Gambar A Penduga Bersifat Tidak Bias

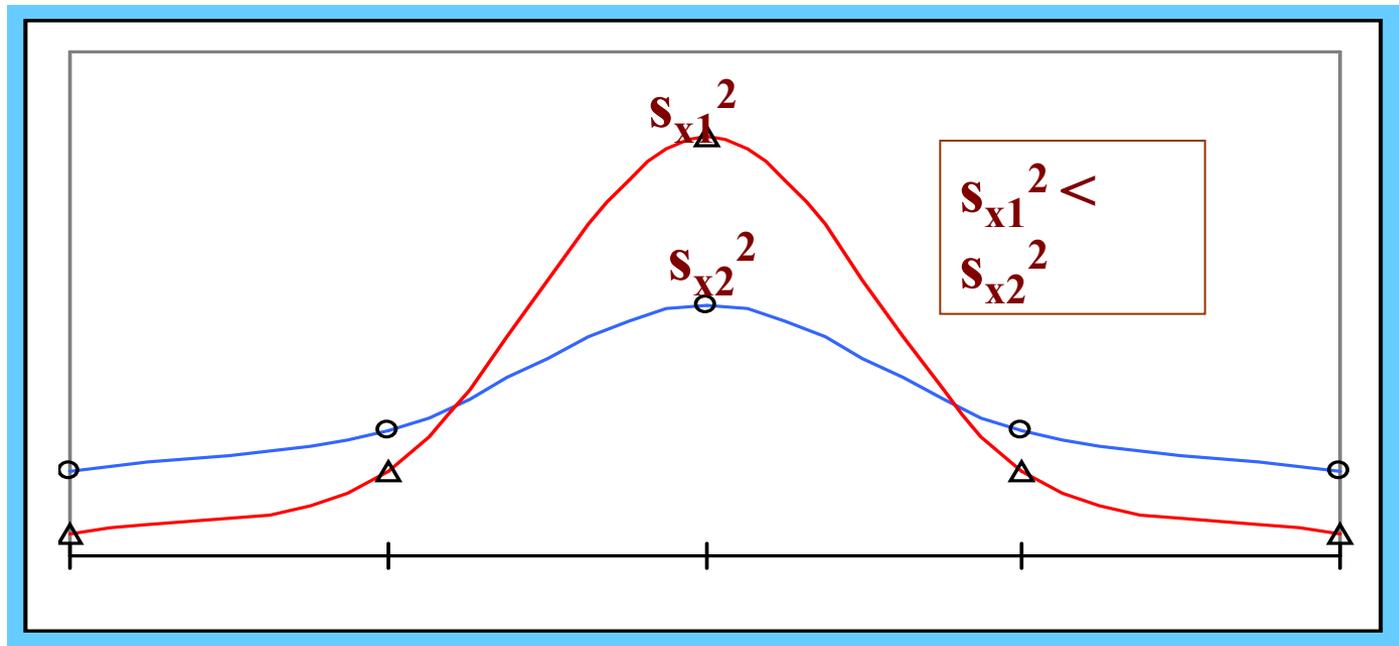


$$E(\bar{X}) \neq \mu$$

Gambar B Penduga Bersifat Bias

Ciri Estimator: Efisien

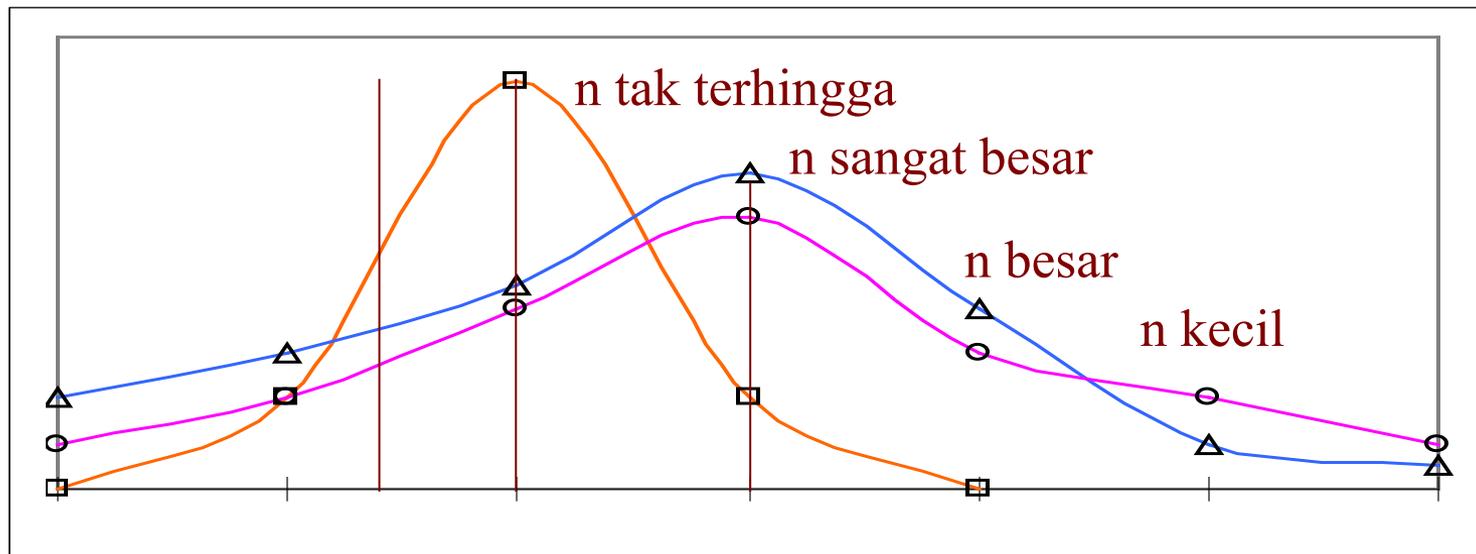
- Penduga semakin efisien jika:
Standar deviasinya semakin kecil.



Ciri Estimator: Konsisten

- Penduga konsisten jika:

nilai dugaan (mis: X) yang semakin mendekati nilai yang sebenarnya (μ) dengan semakin bertambahnya jumlah sampel (n).



Jenis Pendugaan

- Berdasarkan cara penyajian:
 - Pendugaan titik
 - Pendugaan interval

- Berdasarkan Jenis Parameter:
 - Pendugaan rata-rata
 - Pendugaan proporsi
 - Pendugaan varians
 - Pendugaan simpangan baku

Pendugaan Titik

- Harga parameter hanya diduga dgn satu harga (harga statistik sampel). Juga harus menentukan error yg mungkin timbul.

- Contoh:
 - Penduga untuk σ adalah \sqrt{s}
 - Penduga varians rata-rata sampel $\sigma_x^2 = s^2/n$

Pendugaan Interval

- Dari perhitungan harga statistik suatu sampel, bisa dihitung suatu interval (2 batas nilai) dimana dgn probabilitas tertentu, harga parameter yg hendak diduga terletak dlm batas nilai tsb.
- Pada pendugaan interval digunakan tingkat keyakinan (confidence) terhadap daerah yg nilai parameternya akan berada.
- Pendugaan interval yg disertai dgn keyakinan: interval keyakinan atau interval kepercayaan.

Pendugaan Interval

- Interval keyakinan secara umum dpt dirumuskan:

$$st - Z_{\alpha/2} \sigma_{st} < \textit{parameter} < st + Z_{\alpha/2} \sigma_{st}$$

- Ket:

- $St - Z_{\alpha/2} \sigma_{st}$: batas bawah pendugaan interval
- $St + Z_{\alpha/2} \sigma_{st}$: batas atas pendugaan interval
- $Z_{\alpha/2} \sigma_{st}$: koefisien yg sesuai dgn interval keyakinan yg digunakan

Pendugaan Interval

- Contoh:
- Pendugaan interval rata-rata dgn tingkat keyakinan 95%, ditulis:

$$X - 1,96\sigma < \mu < X + 1,96 \sigma$$

Atau:

$$P(X - 1,96\sigma < \mu < X + 1,96 \sigma) = 0,95$$

Pendugaan Interval Rata-rata

1. Untuk sampel besar ($n > 30$)
 - a. Untuk populasi tidak terbatas atau terbatas yg pengambilan sampelnya dgn pengembalian dan σ diketahui:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

- b. Untuk populasi terbatas, pengambilan sampel tanpa pengembalian, dan σ diketahui:

$$\bar{X} - Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + Z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Pendugaan Interval Rata-rata

2. Untuk sampel kecil ($n \leq 30$)
 - Untuk sampel kecil yg pengambilan sampelnya dgn pengembalian dan σ tidak diketahui:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$s = \sqrt{\frac{\sum X^2}{n-1} - \frac{(\sum X)^2}{n(n-1)}}$$

- Ingat: **GUNAKAN TABEL T STUDENT**

Pendugaan Interval Rata-rata

- Jika $(n/N) > 5\%$ maka:

$$\bar{X} - t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < \mu < \bar{X} + t_{\alpha/2} \cdot \frac{s}{\sqrt{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

- Ingat: **GUNAKAN TABEL T STUDENT**

Soal Pendugaan Interval Rata rata

1. Warung nasi SUM SUM mengadakan penelitian perkiraan pengeluaran karyawan perusahaan yg digunakan untuk membeli makanan di warungnya selama setahun. Untuk diambil sampel sebanyak 300 karyawan. Ternyata, rata-rata pengeluaran karyawan untuk membeli makanan adalah Rp 406.000,- setahun dgn simpangan baku Rp 165.000,-. Dugalah rata-rata pengeluaran karyawan untuk membeli makanan dalam setahun dengan tingkat keyakinan 95%

Contoh Pendugaan Interval Rata rata

2. Suatu perusahaan memiliki karyawan 250 org. untuk keperluan tertentu, ingin diketahui rata-rata jam kerjanya per minggu. Untuk itu diambil sampel sebanyak 35 org. dan diperoleh data bahwa rata-rata jam kerja karyawan tersebut adalah 39,76 jam per minggu. Jika simpangan baku rata-rata jam kerjanya 0,93 jam, dugalah dgn tingkat keyakinan 90%, rata-rata jam kerja karyawan tersebut.

Contoh Pendugaan Interval Rata rata

3. Suatu sampel random terdiri dari 9 org karyawan di sebuah perusahaan memiliki waktu yg diperlukan untuk menyelesaikan sebuah pekerjaan, yaitu: 14; 17; 15; 18; 18; 14; 15; 19; 15. dugalah rata-rata waktu yg digunakan bagi karyawan tersebut dgn interval keyakinan 99%

Pendugaan Interval Proporsi

1. Untuk Sampel Besar ($n > 30$)

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

a. Untuk Populasi Tidak Terbatas

$$\hat{p} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} < P < \hat{p} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

b. Untuk populasi terbatas dan pengambilan sampel tanpa pengembalian atau $n/N > 5\%$

$$\hat{p} - Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} < P < \hat{p} + Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

Pendugaan Interval Proporsi

2. Untuk Sampel Kecil ($n \leq 30$)

$$\hat{p} - t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}} < P < \hat{p} + t_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}(1 - \hat{p})}{n}}$$

$$\hat{p} = \frac{X}{n}$$

Soal Pendugaan Interval Proporsi

1. Sebuah peti kemas milik perusahaan PT MUSI diperiksa untuk menaksir persentase barang yg rusak. Untuk keperluan tersebut, diambil 60 buah barang yg ada dalam peti kemas itu dan diperoleh 9 buah yg rusak. Dugalah persentase barang yg rusak dlm peti tersebut, gunakan interval keyakinan 99%

Soal Pendugaan Interval Proporsi

2. Sebuah perusahaan sepeda motor ingin memasarkan produknya kepada mahasiswa. Untuk itu diadakan penelitian berapa banyak mahasiswa yg senang sepeda motor tersebut. Dari populasi mahasiswa sebanyak 300 org, diambil sampel sebanyak 90 org. Dari 90 org tersebut, 25 org menyatakan senang. Dugalah dgn interval keyakinan 97% proporsi mahasiswa yg senang sepeda motor itu.

Soal Pendugaan Interval Proporsi

3. Penelitian terhadap sampel sebanyak 20 karyawan sebuah perusahaan, 6 diantaranya memiliki mobil. Dgn interval keyakinan 95%, tentukan proporsi karyawan yg memiliki mobil.

Pendugaan Interval Beda Rata-rata

1. Untuk sampel besar dan σ_1 dan σ_2 diketahui

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - Z_{\alpha/2} \sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + Z_{\alpha/2} \sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

$$\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$$

Pendugaan Interval Beda Rata-rata

2. Untuk sampel kecil dan σ_1 dan σ_2 tidak diketahui

$$(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - t_{\alpha/2} S_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} < (\mu_1 - \mu_2) < (\bar{X}_1 - \bar{X}_2) + t_{\alpha/2} S_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)}$$

$$S_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \sqrt{\left(\frac{1}{n_1}\right) + \left(\frac{1}{n_2}\right)}$$

Pendugaan Interval Beda Rata-rata

$$S_1^2 = \frac{\sum X_1^2}{n-1} - \frac{(\sum X_1)^2}{n(n-1)}$$

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n_1}$$

$$S_2^2 = \frac{\sum X_2^2}{n-1} - \frac{(\sum X_2)^2}{n(n-1)}$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n_2}$$

Soal Pendugaan Interval Beda Rata-rata

Upah mingguan 60 orang karyawan perusahaan asing rata-rata Rp250.000,- dgn simpangan baku Rp27.000,-. Untuk perusahaan nasional, dari 60 org karyawan diketahui bahwa upah mingguan rata-rata adalah Rp125.000,- dgn simpangan baku Rp10.000,-. Dgn interval keyakinan 99%, buatlah pendugaan beda rata-rata upah karyawan perusahaan asing dgn perusahaan nasional.

Tabel berikut berisikan lamanya produksi semacam barang yg dilakukan dgn 2 cara. Dugalah perbedaan rata-rata cara kerja produksi barang tersebut dgn interval keyakinan 95%

No. Sampel	Cara I (jam)	Cara II (jam)
1	3	2
2	7	4
3	9	5
4	3	7
5	4	2
6	2	5
7	4	4
8	8	6
9	5	1

Pendugaan Interval Beda Dua Proporsi

$$\begin{aligned} (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - Z_{\alpha/2} S_{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)} \\ < (P_1 - P_2) < \\ (\hat{p}_1 - \hat{p}_2) + Z_{\alpha/2} S_{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)} \end{aligned}$$

$$S_{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2)} = \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2(1 - \hat{p}_2)}{n_2}}$$

Pendugaan Interval Beda Dua Proporsi

1. PT MUSI mengadakan latihan teknik pemasaran dgn dua metoda latihan. Metoda pertama diikuti 150 org dan 90 org dinyatakan berhasil. Metoda kedua diikuti 275 org dan 125 org dinyatakan berhasil. Dgn menggunakan interval keyakinan 90%, tentukan beda proporsi sebenarnya bagi yg berhasil.



Referensi

- J. Supranto, *Statistik, Teori dan Aplikasi*, Jilid 2, Erlangga, Jakarta, 2000.
- Sutrisno Hadi, *Statistik*, Jilid 2, Andi Offset, Yogyakarta, 2000.