Analisa Struktur IV

Dosen Pengampu :

- Firdaus

Materi Pertemuan III

Analisis elemen struktur balok dan portal bidang dengan Metode Flekibilitas menggunakan persamaan matriks

Capaian Pembelajaran Pertemuan

Mahasiswa memahami persamaan matriks fleksibiltas pada elemen balok dan struktur portal bidang

Kemampuan akhir capaian pembelajaran

Mahasiswa mampu menentukan persamaan matriks fleksibilitas untuk analisis elemen balok dan struktur portal bidang

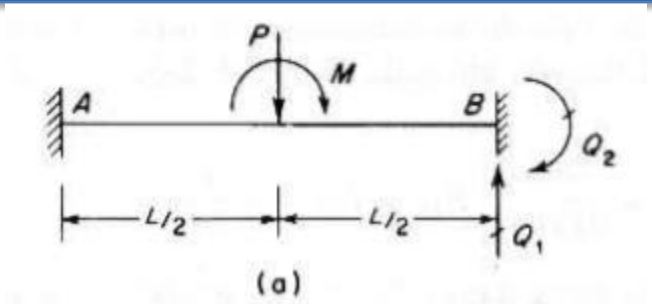
Analisis Elemen Struktur Balok dan Portal dengan Metode Flekibilitas dengan Menggunakan Persamaan Matriks

Contoh ke 1

Balok Statis Tak Tentu

Tujuan analisa dalam setiap contoh ialah menghitung besarnya gaya kelebihan tertentu; jadi, masalahnya dianggap selesai bila matriks Q telah ditentukan

Gaya kelebihan yang dipilih dalam setiap contoh hanya dimaksudkan sebagai ilustrasi; tentunya, banyak alternatif gaya kelebihan bisa dilakukan



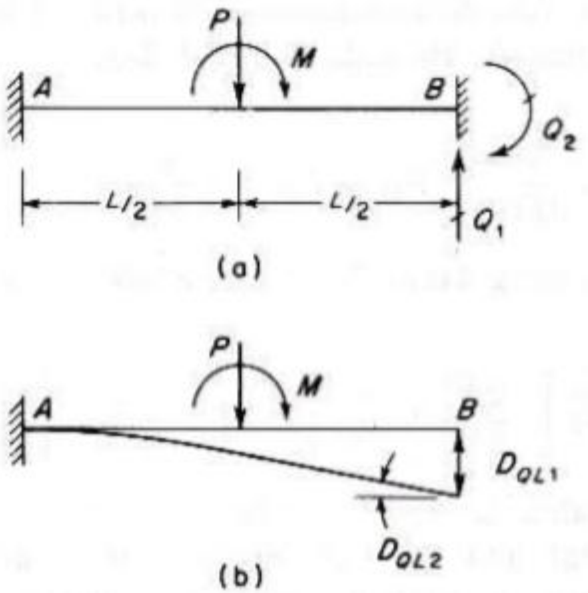
ketegaran lentur El konstan

Balok AB pada Gambar a terjepit di kedua ujungnya dan memikul beban terpusat P dan kopel M di tengah bentang.

Pilih dua gaya kelebihan, yaitu Reaksi vertikal Q_1 dan momen reaksi di ujung B Q_2

Gaya kelebihan Q_1 dianggap positif bila arahnya ke atas,
Momen Reaksi Q_2 dianggap positif bila searah jarum jam.

Kombinasi gaya kelebihan lainnya yang mungkin ialah momen reaksi di kedua ujung, serta momen lentur dan gaya geser di suatu potongan pada balok.



Untuk gaya kelebihan pada Gambar a, struktur terlepasnya merupakan balok kantilever (lihat Gambar b).

Perpindahan pada balok yang selaras dengan Q_1 dan Q_2 yang diakibatkan beban luar beban P dan M ditunjukkan sebagai D_{QL1} cian D_{QL2} pada Gambar b

Perpindahan ini dapat dicari dengan bantuan Tabel A-3 (Lampiran A, No 7 , William Weaver)

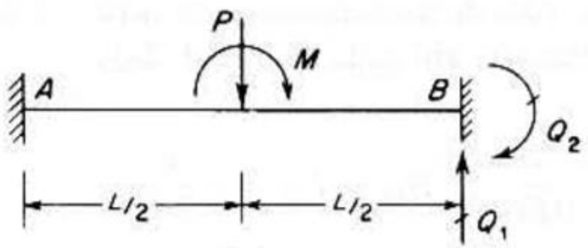
$$D_{QL1} = -\frac{5PL^3}{48EI} - \frac{3ML^2}{8EI}$$

$$D_{QL2} = \frac{PL^2}{8EI} + \frac{ML}{2EI}$$

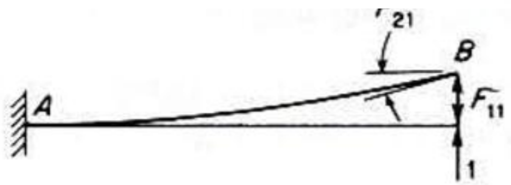
Oleh karena D_{QL1} ke bawah, maka tandanya negatif (berlawanan dengan Q_1)
D_{QL2} positif karena searah jarum jam (sama seperti Q_2).

Jadi, mariks D_{QL} dapat dituliskan sebagai

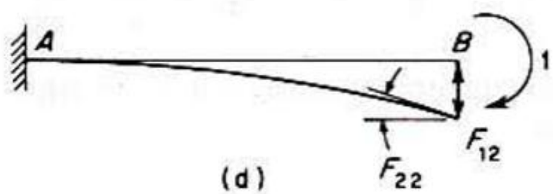
$$\mathbf{D}_{QL} = \frac{L}{48EI}\begin{bmatrix}(-5PL^2 - 18ML) \\ (6PL + 24M)\end{bmatrix}$$



(a)



(c)



(d)

Koefisien fleksibilitas adalah perpindahan struktur terlepas akibat satu satuan Q_1 dan Q_2 , seperti yang ditunjukkan pada Gambar c dan d. Koefisien ini adalah sebagai berikut:

Perpindahan ini dapat dicari dengan bantuan Tabel A-3 (Lampiran A, No 7 , William Weaver)

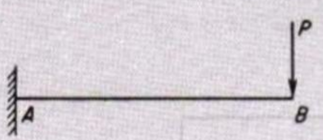
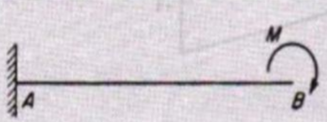
$$F_{11} = \frac{L^3}{3EI} \qquad F_{12} = F_{21} = -\frac{L^2}{2EI} \qquad F_{22} = \frac{L}{EI}$$

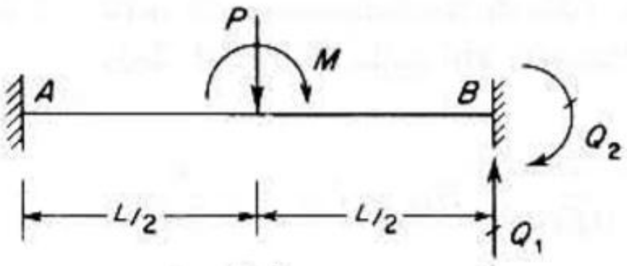
Matriks fleksibilitas F menjadi:

$$\mathbf{F} = \frac{L}{6EI}\begin{bmatrix} 2L^2 & -3L \\ -3L & 6 \end{bmatrix}$$

Dan Invers Matriks Fleksibilitasnya adalah

$$\mathbf{F}^{-1} = \frac{2EI}{L^3}\begin{bmatrix} 6 & 3L \\ 3L & 2L^2 \end{bmatrix}$$

Balok	Translasi (positif ke atas)	Rotasi (positif searah jarum jam)
7 	$\Delta_B = \frac{PL^3}{3EI}$	$\theta_B = \frac{PL^2}{2EI}$
8 	$\Delta_B = \frac{ML^2}{2EI}$	$\theta_B = \frac{ML}{EI}$

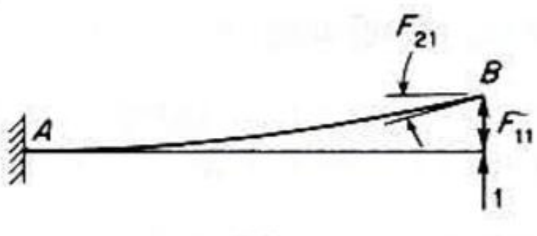


(a)

Perpindahan pada balok terjepit (Gambar a) yang selaras dengan Q_1 dan Q_2 keduanya nol, karena tidak ada translasi vertikal dan rotasi di tumpuan B. (SYARAT BATAS)

Jadi, D_Q adalah matriks nol dan gaya kelebihan dapat dicari dari Persamaan

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F}^{-1}(0 - \mathbf{D}_{QL}) = -\mathbf{F}^{-1}\mathbf{D}_{QL}$$

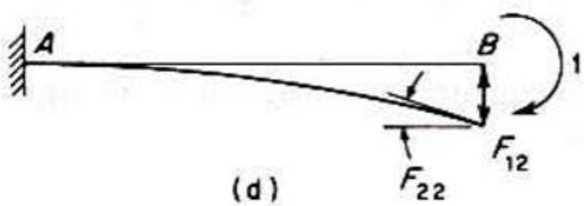


(c)

$$\mathbf{Q} = -\frac{2EI}{L^3}\begin{bmatrix} 6 & 3L \\ 3L & 2L^2 \end{bmatrix} \frac{L}{48EI}\begin{bmatrix} (-5PL^2 - 18ML) \\ (6PL + 24M) \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{8L}\begin{bmatrix} (4PL + 12M) \\ (PL^2 + 2ML) \end{bmatrix}$$

gaya reaksi dan momen di ujung B



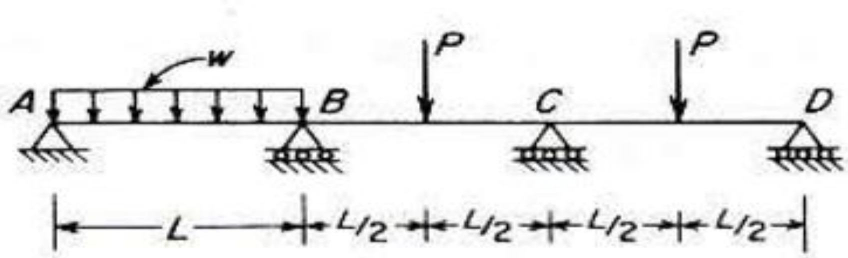
(d)

$$Q_1 = \frac{P}{2} + \frac{3M}{2L} \qquad Q_2 = \frac{PL}{8} + \frac{M}{4}$$

Gaya reaksi dan momen lain pada struktur di gambar a (yang terdapat di ujung A) dapat dicari dengan menggunakan persamaan keseimbangan

Contoh ke 2

Balok Statis Tak Tentu



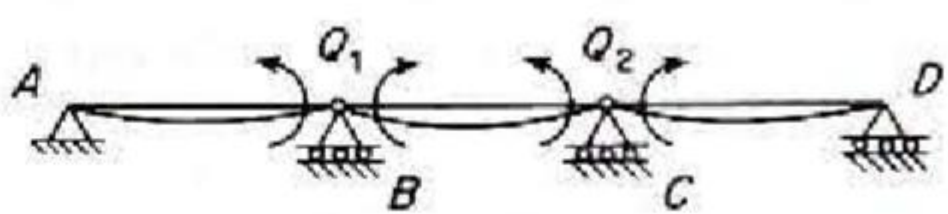
(a)

Balok menerus tiga bentang pada Gambar a memiliki ketegaran lentur EI konstan serta memikul beban merata w pada bentang AB dan gaya terpusat P di tengah bentang BC dan dan CD

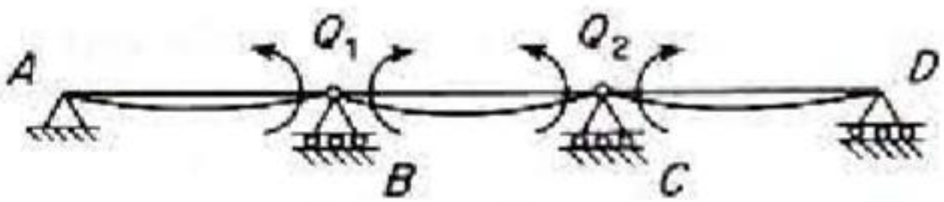
Karena ketidaktentuan statis struktur berderajat dua, maka dua gaya kelebihan harus dipilih

momen lentur di titik B dan C dipilih sebagai kelebihan Q1 dan Q2 ditunjukkan dalam arah positifnya

Bila momen ini dihilangkan dari balok dengan memberikan sendi di B dan C, struk:tur terlepasnya akan terdiri dari tiga balok sederhana



(b)



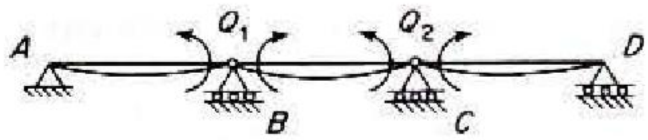
(b)

Setiap gaya kelebihan terdiri dari dua kopel yang bekerja pada dua bentang yang bersebelahan

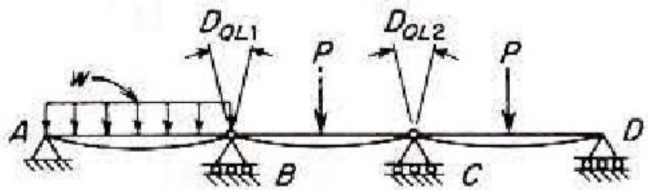
Kopel Q1 sebelah kiri bekerja pada balok AB dalam arah berlawanan jarum jam, sedang kopel Q1 sebelah kanan bekrerja pada bentang BC dalam arah jarum jam.

Arah positif setiap Q selaras dengan momen lentur yang menirnbulkan tekanan di serat atas balok.

Jadi, tanda positif pada hasil akhir untuk Q1 atau Q2 menunjukkan bahwa momen kelebihan menimbulkan tekanan di serat atas balok; dan jika negatif, momen kelebihan menimbulkan tarikan di serat atas balok



(b)



(c)

Perpindahan yang selaras dengan salah satu momen kelebihan merupakan jumlah dua rotasi (satu pada setiap bentang bersebelahan)

Perpindahan yang selaras dengan Q1 adalah rotasi berlawanan jarum jam di titik B pada ujung kanan batangAB ditambah rotasi searah jarum jam di B pada ujung kiri batang BC **(DQL1)**

Perpindahan yang selaras dengan Q2 merupakan jumlah dua rotasi di titik C **(DQL2)**

.

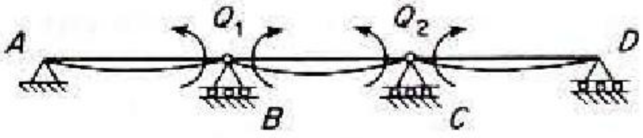
D_{QL1} DAN D_{QL2} adalah rotasi yang selaras dengan masing masing Q1 dan Q2

Rotasi yang berlawanan dengan arah jarum jam di ujung B batang AB akibat beban merata w, ialah

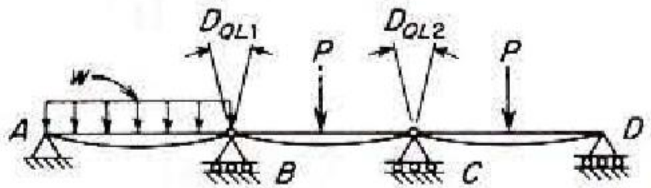
$$\frac{w \cdot L^3}{24EI}$$

Rotasi yang searah jarum jam di ujung B batang BC akibat beban terpusat P, ialah

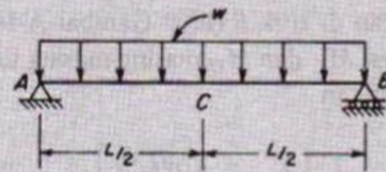
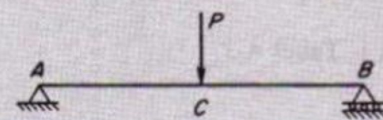
$$\frac{PL^2}{16EI}$$



(b)



(c)

Balok	Translasi (positif ke atas)	Rotasi (positif searah jarum jam)
1 	$\Delta_C = \dfrac{5wL^4}{384EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \dfrac{wL^3}{24EI}$
2 	$\Delta_C = \dfrac{PL^3}{48EI}$	$\theta_A = -\theta_B = \dfrac{PL^2}{16EI}$

maka perpindahan DQL 1 adalah

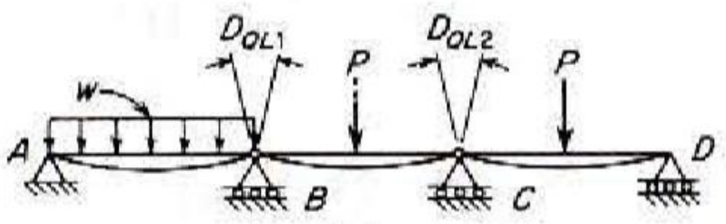
$$D_{QL1} = \frac{wL^3}{24EI} + \frac{PL^2}{16EI}$$

maka perpindahan DQL 2 adalah

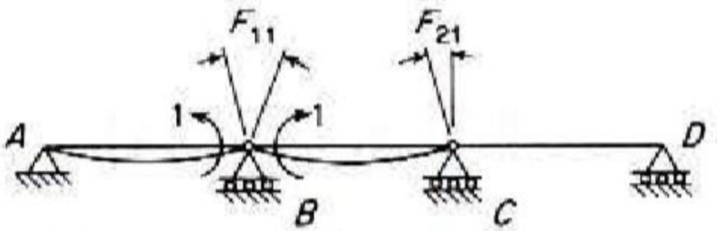
$$D_{QL2} = \frac{PL^2}{16EI} + \frac{PL^2}{16EI} = \frac{PL^2}{8EI}$$

vektor DQL dapat dituliskan sebagai.

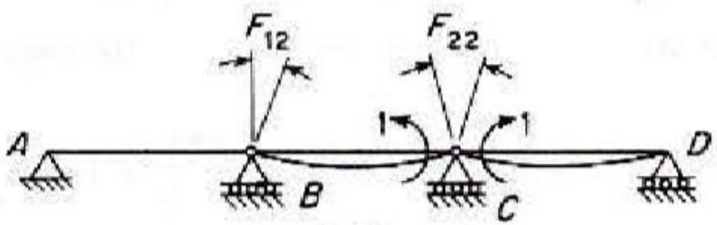
$$\mathbf{D}_{QL} = \frac{L^2}{48EI}\begin{bmatrix} (2wL + 3P) \\ 6P \end{bmatrix}$$



(c)



(d)



(e)

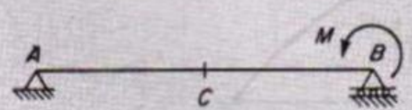
Untuk membentuk matriks fleksibilitas, balok kita bebani dengan satu satuan Q_1 dan Q2 (gambar d dan e)

Koefisien fleksibilitas F11 (lihat Gambar d) adalah jumlah dua rotasi di titik B; satu rotasi di bentangAB dan lainnya di bentang BC

Koefisien fleksibilitas F21 (lihat Gambar d) adalah jumlah dua rotasi di titik C; tetapi hanya satu rotasi di bentang CB saja karena rotasi pada bentang CD = 0

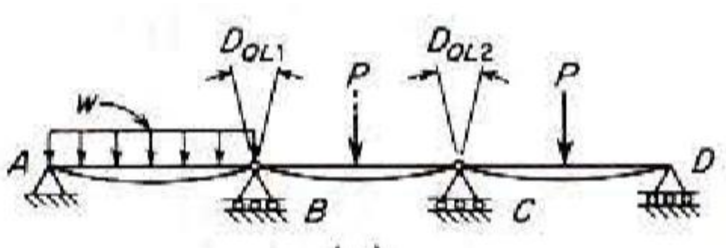
Koefisien fleksibilitas F12 (lihat Gambar e) adalah jumlah dua rotasi di titik B; tetapi hanya satu rotasi di bentang BCB saja karena rotasi pada bentang AB = 0

Koefisien fleksibilitas F22 (lihat Gambar e) adalah jumlah dua rotasi di titik C; satu rotasi di bentang CB dan lainnya di bentang CD

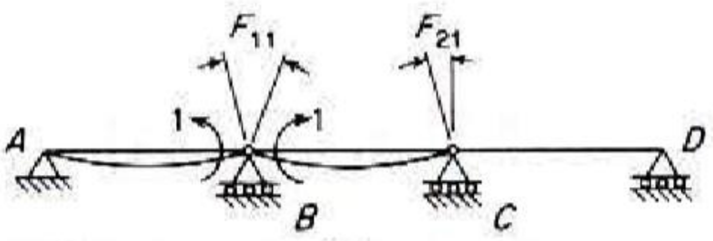
Balok	Translasi (positif ke atas)	Rotasi (positif searah jarum jam)
5 	$\Delta_C = \dfrac{ML^2}{16EI}$	$\theta_A = \dfrac{ML}{6EI}$ $\theta_B = -\dfrac{ML}{3EI}$

$$F_{11} = \frac{2L}{3EI} \qquad F_{12} = \frac{L}{6EI}$$

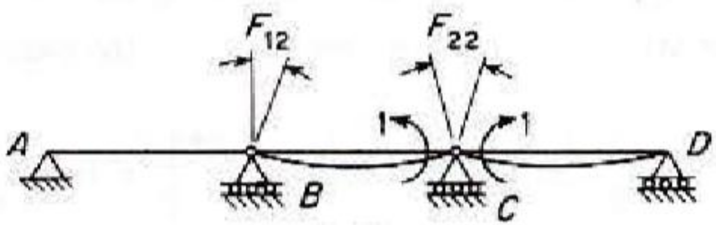
$$F_{21} = \frac{L}{6EI} \qquad F_{22} = \frac{2L}{3EI}$$



(c)



(d)



(e)

Rotasi yang ditimbulkan di ujung suatu balok bertumpuan sederhana oleh kopel satu satuan di salah sa tu ujungnya adalah

$$\frac{L}{3EI} \quad \text{dan} \quad \frac{L}{6EI}$$

Perhatikan Kasus 5, Tabel A-3

Nilai rotasi masing-masing di ujung dekat dan jauh pada balok seperti kasus tersebut menghasilkan nilai koefisien fleksibiltas menjadi :

$$F_{11} = \frac{2L}{3EI} \qquad F_{12} = \frac{L}{6EI}$$

$$F_{21} = \frac{L}{6EI} \qquad F_{22} = \frac{2L}{3EI}$$

Jadi matriks fleksibilitas menjadi :

$$\mathbf{F} = \frac{L}{6EI}\begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Dan Inversnya menjadi :

$$\mathbf{F}^{-1} = \frac{2EI}{5L}\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$$