BAB 2
NILAI WAKTU DARI UANG

Konsep-konsep dasar dalam kuliah ini:

Utang pokok

Modal

Bunga / tingkat bunga

Bunga sederhana vs bunga majemuk

Nilai sekarang

Nilai akan datang

Diagram arus kas (*cash flow*)

Ekivalensi

Tingkat bunga nominal vs efektif

Tingkat persentase tahunan

Modal adalah uang dan sumber daya yang diinvestasikan

Bunga (*interest*) adalah pengembalian atas modal atau sejumlah uang yang diterima investor untuk penggunaan uangnya di luar modal awal (*principal*)

Tingkat bunga:

$$= \frac{\text{pengembalian}}{\text{modal awal}} \times 100\% \qquad (2.1)$$

Alasan pengembalian modal dalam bentuk *interest* (bunga) dan profit :

- Penggunaan uang melibatkan biaya administrasi
- Setiap investasi melibatkan resiko
- Penurunan nilai mata uang yang diinvestasikan
- Investor menunda kepuasan yang bisa dialami segera dengan menginvestasikan uangnya.

Kapan kita menemui tingkat bunga?

Kartu kredit

Buku tabungan

Kredit mobil

Saham

. . . .

Bunga digunakan untuk menghitung
Nilai waktu dari uang

sedolar hari ini nilainya lebih dari sedolar tahun depan

- Mempunyai daya untuk menghasilkan:
  Yaitu kesempatan untuk mencari keuntungan dari investasi

- Perubahan dalam daya beli dari sedolar setiap waktu
  Yaitu inflasi

- Utilitas konsumsi yang berbeda dapat berarti anda lebih memilih arus kas tertentu daripada yang lainnya.

Bunga Sederhana

Bunga setiap tahunnya dihitung berdasarkan atas investasi awal. Tidak ada bunga yang dihitung atas bunga yang bertambah.

Notasi:

i	=	Tingkat bunga per periode (misal 1 tahun
N	=	Jumlah periode
P	=	Deposit awal
F	=	Nilai masa depan setelah N periode

$$F = P(1 + Ni) \qquad (2.2)$$

Apa masalahnya?

Jika bank tempat anda menabung menawarkan bunga sederhana. . . .

Apa yang akan anda lakukan?

Bunga Majemuk

Bunga setiap tahun dihitung berdasarkan pada saldo tahun tersebut, termasuk bunga yang bertambah.

$$F = P(1+i)^N \qquad (2.3)$$

Secara lebih eksplisit,

$$F_N = P_0(1+i)^N \qquad (2.4)$$

(*nilai masa depan dalam periode N, nilai sekarang pada waktu 0*)

Oleh karena itu, untuk mencari nilai masa depan pada periode N+n, diketahui nilai sekarang pada periode n,

$$F_{N+n} = P_n(1+i)^N \qquad (2.5)$$

Contoh 2.1: **pinjaman bank**

Anda pergi ke bank dan mencari informasi tentang peminjaman \$10,000 selama 10 tahun. Petugasnya mengatakan: "tentu bisa, tinggalkan saja jam Rolex dan cincin bermata intan anda di sini sebagai jaminan, dan kami akan mengurus pinjaman untuk anda dengan tingkat bunga 6% per tahun, dibungakan tahunan". Dia kemudian memencet kalkulatornya dan mengatakan, di akhir masa 10 tahun, anda akan melakukan satu pembayaran sekaligus sebesar F dolar untuk membayar pinjaman anda. Berapakah F?

$i = 6\% = 0.06$

$N = 10$

$F = P(1+I)^N = 10{,}000 * (1+0.06)^{10} = \$17{,}908$

Kebalikan proses:

Mencari Nilai Sekarang, diberikan Nilai Masa Depan

Karena	$F = P\ (1+i)^N$	(2.3)
Maka	$P = F\ /\ (1+i)^N$	(2.3a)

Contoh 2.2 : **pinjaman bank**

Berapa nilai sekarang dari \$17,908 sepuluh tahun dari sekarang, jika nilai waktu dari uang adalah 6% dibungakan tahunan?

$i = 6\% = 0.06$

$N = 10$

$P = F / (1+I)^N = 17{,}908 / (1+0.06)^{10} = \$10{,}000$

(heran???)

Aturan 72

Sejumlah uang yang dikenakan bunga majemuk dengan tingkat i% per periode akan menjadi dua kali lipat jumlahnya dalam periode waktu sekitar 72/i.

i = 3% $\rightarrow$ aturan 72: waktu menjadi 2xlipat adalah 24 periode (72/3)

$\rightarrow$ perhitungan: $(1.03)^N = 2$, jadi $N = {}^{1.03}\log 2 = 23.4$

$\rightarrow$ dalam 24 periode: $(1.03)^{24} = 2.03$

i = 9% $\rightarrow$ aturan 72: waktu menjadi 2xlipat adalah 8 periode(72/9)

$\rightarrow$ perhitungan: $(1.09)^N = 2$, jadi $N = {}^{1.09}\log 2 = 8.04$

$\rightarrow$ dalam 8 periode: $(1.03)^8 = 1.99$

i = 12% $\rightarrow$ aturan 72: waktu menjadi 2xlipat adalah 6 periode (72/12)

$\rightarrow$ perhitungan: $(1.12)^N = 2$, jadi $N = {}^{1.12}\log 2 = 6.12$

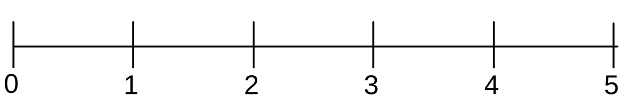
$\rightarrow$ dalam 24 periode: $(1.03)^{24} = 1.97$

Catatan: ${}^{1.03}\log 2 = \ln 2/\ln 1.03$

Diagram arus kas

Hal-hal Kunci:

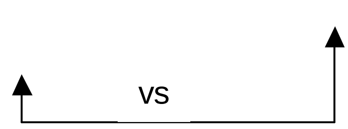
- Gunakan garis waktu



Gambar 2.1. Garis waktu

- Asumsikan periode diskrit
- Konvensi akhir periode

  Arus kas terjadi pada akhir suatu periode

- Waktu nol = sekarang/saat ini
- Waktu lima = akhir periode kelima
- Panah mewakili arus kas, seperti:
  - Panjang menunjukkan banyaknya: 

  - Arah menunjukkan tanda:

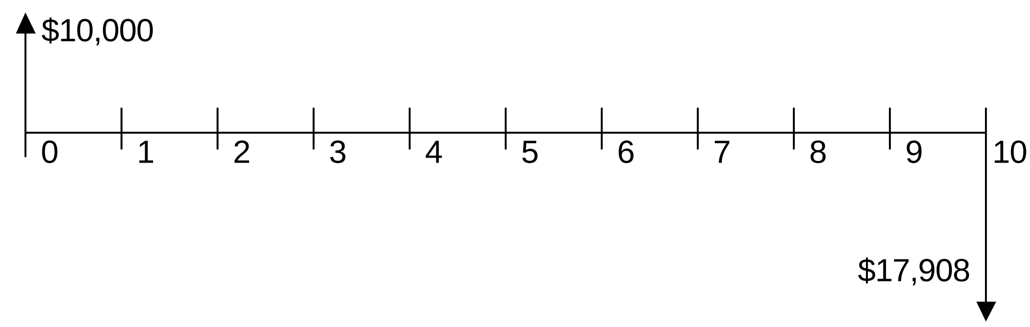
- Penerimaan – arus kas positif (atas)
- Pengeluaran – arus kas negatif (bawah)

Rangkaian arus kas n-periode biasanya memiliki n+1 buah arus kas.

Contoh 2.3: **sudut pandang yang berbeda**

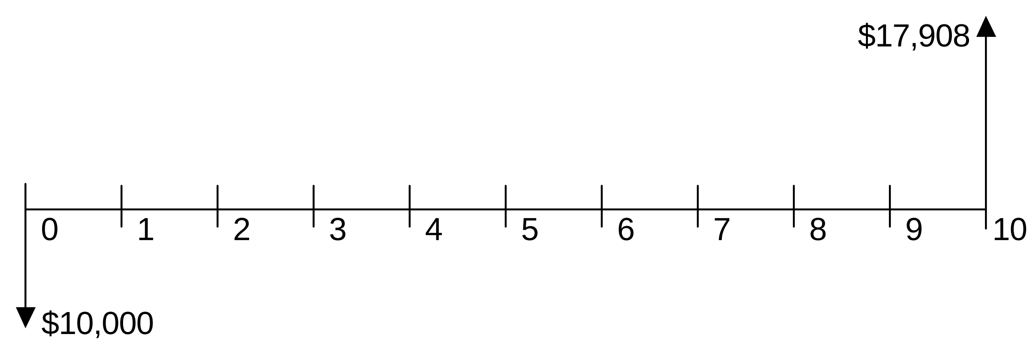
Misalkan suatu pinjaman bank 10-tahun, bunga tahunan 6%

Arus kas **peminjam** –



Gambar 2.2. Arus kas dari sudut pandang peminjam (Contoh 2.3)

Arus kas **pemberi** –



Gambar 2.3. Arus kas dari sudut pandang pemberi pinjaman (Contoh 2.3)

Ekivalensi

Rangkaian dua arus kas disebut ekivalen pada suatu tingkat bunga tertentu, jika dan hanya jika, keduanya mempunyai nilai (*worth*) yang sama pada tingkat bunga tersebut.

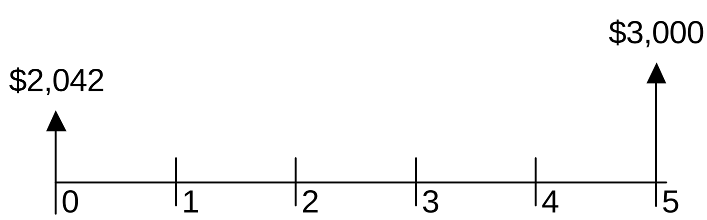
1. Nilai harus dihitung untuk periode waktu yang sama (paling banyak digunakan adalah waktu sekarang, tetapi setiap titik pada rentang waktu yang ada dapat digunakan)
2. Ekivalensi tergantung pada tingkat bunga yang diberikan (arus kas tidak akan akivalen pada tingkat bunga yang berbeda)
3. Ekivalensi arus kas tidak harus berarti bahwa pemilihan arus kas tidak penting. Pasti ada alasan mengapa suatu arus kas lebih dipilih dari yang lainnya.

Contoh 2.4 : **ekivalensi**

Berapa nilai sekarang dari pembayaran \$3,000 yang akan anda terima 5 tahun dari sekarang, jika anda dapat menginvestasikan uang anda pada tingkat 8% dibungakan tahunan?

$$P = F / (1+I)^N = 3{,}000 / (1.08)^5 = \$2{,}042$$

Jadi, arus kas \$2,042 saat ini ekivalen dengan arus kas \$3,000 pada akhir tahun kelima, pada tingkat bunga 8%.



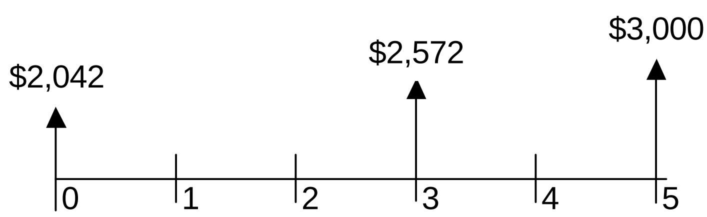
Gambar 2.4. Arus kas untuk Contoh 2.4.

Jika kita ingin mencari ekivalensinya pada tahun ke-3, kita bisa mulai pada waktu ke-0 dan menggandakan bunganya, atau mulai pada tahun ke-5 dan menarik arus kas ke belakang:

$$F_3 = P_0(1+0.08)^3 = 2,042(1.08)^3 = \$2,572$$

Atau

$$P_3 = F_5 / (1+0.08)^3 = 3,000 / (1.08)^3 = \$2,572$$



Gambar 2.5. Ekivalensi arus kas pada tahun ke-3 (Contoh 2.4)

Utang Pokok yang Belum Diselesaikan atas Suatu Pinjaman

Utang pokok yang belum diselesaikan (sisa yang masih terutang) dari suatu pinjaman dihitung dengan cara berikut:

Misalkan B_t = sisa pinjaman pada akhir periode t

B_0 = jumlah pinjaman awal

i = tingkat bunga per periode sesuai kontrak

C_t = pembayaran pada akhir periode t

Maka,

$$B_1 = B_0 + B_0 i - C_1 \qquad (2.6a)$$

$$B_2 = B_1 + B_1 i - C_2 \qquad (2.6b)$$

dan secara berulang

$$B_t = B_{t-1} + B_{t-1} i - C_t \qquad (2.7)$$

untuk t = 1, 2, 3, . . ., N

Hubungan berulang ini digunakan untuk mengembangkan tabel *spreadsheet*.

Contoh 2.5: **utang pokok yang belum diselesaikan** – 1

Suatu pinjaman selama 5 tahun, sebesar $1,000, 10% per tahun, dengan pembayaran tahunan $200 terhadap utang pokok, ditambah bunga.

Tabel 2.1. Arus kas untuk Contoh 2.5

t	B_{t-1}	$B_{t-1}i$	$-C_t$	B_t
0				1,000
1	1,000	100	-300	800
2	800	80	-280	600
3	600	60	-260	400
4	400	40	-240	200
5	200	20	-220	0

Contoh 2.6: **utang pokok yang belum diselesaikan** – 2

Suatu pinjaman selama 5 tahun, sebesar $1,000, 10% per tahun, dengan pembayaran tahunan yang sama sebesar $263.80.

Tabel 2.2. Arus kas untuk Contoh 2.6

t	B_{t-1}	$B_{t-1}i$	$-C_t$	B_t
0				1,000
1	1,000	100	-263.8	836.20
2	836.20	83.62	-263.8	656.02
3	656.02	65.60	-263.8	457.82
4	457.82	45.78	-263.8	239.80
5	239.80	23.98	-263.8	-0.02

Contoh 2.7: **utang pokok yang belum diselesaikan** – 3

Suatu pinjaman selama 5 tahun, sebesar $1,000, 10% per tahun, dengan satu pembayaran sekaligus di akhir tahun kelima.

Tabel 2.3. Arus kas untuk Contoh 2.7

t	B_{t-1}	$B_{t-1}i$	$-C_t$	B_t
0				1,000
1	1,000	100	0	1,100
2	1,100	110	0	1,210
3	1,210	121	0	1,331
4	1,331	133.1	0	1,464.1
5	1,464.1	146.41	-1,610.51	0

Utang pokok yang belum diselesaikan (neraca pinjaman) mewakili:

- Jumlah yang masih dipinjam oleh peminjam
- Jumlah yang masih diinvestasikan oleh pemberi pinjaman

Suatu jadual pembayaran pinjaman dibuat berdasarkan negosiasi. Jadual tersebut dapat berubah-ubah, tetapi dimengerti bahwa bila saldo telah mencapai nol, kontrak terpenuhi.

Perhatikan pernyataan neraca yang belum diselesaikan:

$$B_t = B_{t-1} + B_{t-1}i - C_t \qquad (2.7)$$

untuk $t = 1, 2, 3, \ldots, N$

Rumus di atas dapat disederhanakan menjadi:

$$B_t = B_{t-1} (1+ i) – C_t \qquad (2.8)$$

untuk t = 1, 2, 3, ….., N

Substitusi $B_{t-1} = B_{t-2} (1+ i) – C_{t-1}$ ke persamaan (2.8)

$$B_t = (B_{t-2} (1+ i) – C_{t-1})(1+i) – C_t \qquad (2.9)$$

$$B_t = B_{t-2} (1+ i)^2 – C_{t-1}(1+i) – C_t \qquad (2.10)$$

Substitusi berturut-turut seperti $B_{t-2} = B_{t-3} (1+ i) – C_{t-2}$, dst.

$B_1 = B_0 (1+ i) – C_1$

$$B_2 = B_0 (1+ i)^2 – C_1(1+i) – C_2$$

Sehingga,

$$\boxed{\begin{gathered} B_t = B_0 (1+ i)^t – C_1(1+i)^{t-1} – C_2(1+i)^{t-2} \ldots\ldots \\ - C_{t-1}(1+i) – C_t \end{gathered}}$$

(2.11)

Neraca yang belum diselesaikan atas pinjaman pada akhir dari t periode sama dengan nilai masa depan, pada waktu t, dari utang pokok pinjaman dikurangi nilai masa depan, pada waktu t, dari pembayaran yang dibuat sepanjang waktu t.

Contoh 2.8: **Ekivalensi dari empat pinjaman**

Perhatikan empat pinjaman senilai $10,000, masing-masing akan dibayar selama 10 tahun dengan tingkat bunga 6% per tahun.

Tabel 2.4. Arus kas untuk 4 rencana pembayaran yang ekivalen (Contoh 2.8)

Tahun	Rencana 1	Rencana 2	Rencana 3	Rencana 4
0	$10,000	$10,000	$10,000	$10,000
1	-$600	-$1,600	-$1,358.68	$0
2	-$600	-$1,540	-$1,358.68	$0
3	-$600	-$1,480	-$1,358.68	$0
4	-$600	-$1,420	-$1,358.68	$0
5	-$600	-$1,360	-$1,358.68	$0
6	-$600	-$1,300	-$1,358.68	$0
7	-$600	-$1,240	-$1,358.68	$0
8	-$600	-$1,180	-$1,358.68	$0
9	-$600	-$1,120	-$1,358.68	$0
10	-$10,600	-$1,060	-$1,358.68	-$17,908.5
Nilai sekarang	**$0,00**	**$0,00**	**$0,00**	**$0,00**
Pembayaran total dengan bunga 0%, di luar $10,000	**$6,000**	**$3,300**	**$3,586.8**	**$7,908.5**

Tingkat Bunga Nominal dan Efektif

Tingkat bunga nominal (atau tingkat persentase tahunan) adalah laju tahunan yang sering dikatakan sebagai berikut: *pinjaman ini adalah pada tingkat bunga 12% per tahun, digandakan bulanan*.

→ perhatikan bahwa ini bukan tingkat bunga per periode

Tingkat bunga efektif adalah laju tahunan yang dihitung menggunakan tingkat periode yang diturunkan dari laju nominal.

Misalkan

r	=	tingkat bunga nominal per tahun (*selalu per tahun*)
M	=	jumlah periode pembungaan dalam setahun
i_{ef}	=	tingkat bunga efektif per tahun (*selalu per tahun*)

Kemudian

tingkat bunga per periode bunga (i) adalah

$$i = r / M \quad (2.12)$$

tingkat bunga efektif adalah

$$(1+i_{ef}) = (1+r/M)^M \quad (2.13)$$

atau

$$i = (1+r/M)^M - 1 \quad (2.14)$$

Contoh 2.9: **kartu kredit**

Selama bertahun-tahun, kartu kredit biasanya mengenakan bunga 18% untuk pinjaman yang belum dibayarkan.

$i_{ef} = (1+0.18/12)^{12} - 1$

$i_{ef} = 0.1926$ atau 19.26%