

PerSamaan dan Pertidaksamaan Linier

Definisi Persamaan Linier

- Persamaan adalah sebuah pernyataan matematika yang terdiri dari dua ungkapan pada ruas kanan dan ruas kiri yang dipisahkan oleh Tanda
- Persamaan linear adalah sebuah persamaan aljabar, yang tiap sukunya mengandung konstanta, atau perkalian konstanta dengan variabel tunggal. Persamaan ini dikatakan linear sebab hubungan matematis ini dapat digambarkan sebagai garis lurus dalam Sistem koordinat Kartesius.

Persamaan Linier Satu Variabel

- Persamaan Linear Satu Variabel (PLSV) adalah kalimat terbuka yang dihubungkan oleh tanda sama dengan (=) dan hanya mempunyai satu variabel berpangkat satu. Bentuk umum persamaan linier satu variabel adalah $ax + b = 0$, dengan a dan b bilangan bulat bukan nol.

- **Contoh:**

$$x + 5 = 8 \rightarrow \text{PLSV}$$

$$y - 1 = 7 \rightarrow \text{PLSV}$$

$$a + 5 = 12 \rightarrow \text{PLSV}$$

$$b - 4 = 9 \rightarrow \text{PLSV}$$

PRINSIP PENJUMLAHAN DAN PERKALIAN

Ada dua prinsip yang diperbolehkan untuk menyelesaikan bermacam-macam persamaan.

- **Pertama, Prinsip Penjumlahan**

Untuk sembarang bilangan real a , b dan c , jika $a = b$ maka berlaku

$$a + c = b + c$$

$$a - b = b - c$$

- **Kedua, Prinsip Perkalian**

Untuk sembarang bilangan real a , b dan c , jika $a = b$ maka berlaku

$$a \cdot c = b \cdot c$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c}, \text{ benar dengan } c \neq 0$$

CONTOH.

Tentukan penyelesaian dari $3x - 2 = 31$.

Penyelesaian :

$$3x - 2 = 31$$

$$3x - 2 + 2 = 31 + 2 \quad \text{menggunakan prinsip penjumlahan, kedua ruas ditambah 2}$$

$$3x = 33$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)3x = \left(\frac{1}{3}\right)33 \quad \text{menggunakan prinsip perkalian, kedua ruas dikali } \frac{1}{3}$$

$$x = 11$$

Tentukan penyelesaian dari $3(x - 1) - 1 = 5 - 5(x + 5)$

Penyelesaian :

$$3(x - 1) - 1 = 5 - 5(x + 5)$$

$$3x - 3 - 1 = 5 - 5x - 25 \quad \text{sifat distributif}$$

$$3x - 4 = -5x - 20$$

$$3x - 4 + 4 = -5x - 20 + 4 \quad \text{kedua ruas ditambah 4}$$

$$3x = -5x - 16$$

$$3x + 5x = -5x + 5x - 16 \quad \text{kedua ruas ditambah } 5x$$

$$8x = -16$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)8x = \left(\frac{1}{8}\right) \cdot -16 \quad \text{kedua ruas dikali } \frac{1}{8}$$

$$x = -2$$

Persamaan yang ekuivalen

Dalam Persamaan linier berlaku persamaan yang ekuivalen.

Dua persamaan ekuivalen adalah dua persamaan yang memiliki penyelesaian sama.

Notasinya dinyatakan dengan : \Leftrightarrow

Untuk mendapatkan persamaan yang ekuivalen dapat dilakukan dengan beberapa cara berikut.

1. Menambah atau mengurangi kedua ruas persamaan dengan bilangan yang sama.

Contoh :

a. $x - 5 = 8$

$$\Leftrightarrow x - 5 + 5 = 8 + 5$$

$$\Leftrightarrow x = 13$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{13\}$

b. $2x + 3 = x + 7$

$$2x + 3 - 3 = x + 7 - 3$$

$$\Leftrightarrow 2x = x + 4$$

$$\Leftrightarrow 2x - x = x - x + 4$$

$$\Leftrightarrow x = 4$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{4\}$

2. Mengalikan atau membagi kedua ruas persamaan dengan bilangan yang sama.

Contoh:

a. $x/2 = 3$

$$\Leftrightarrow 2 \times x/2 = 2 \times 3$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {6}

b. $3x = 21$

$$\Leftrightarrow 3x : 3 = 21 : 3$$

$$\Leftrightarrow x = 7$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {7}

3. Gabungan dari operasi diatas.

a. $3x - 5 = x + 7$

$$\Leftrightarrow 3x - 5 + 5 = x + 7 - 5$$

$$\Leftrightarrow 3x = x + 12$$

$$\Leftrightarrow 3x - x = x - x + 12$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{6\}$

b. $7x - 6 = 2x + 4$

$$\Leftrightarrow 7x - 6 + 6 = 2x + 4 + 6$$

$$\Leftrightarrow 7x = 2x + 10$$

$$\Leftrightarrow 7x - 2x = 2x - 2x + 10$$

$$\Leftrightarrow 5x = 10$$

$$\Leftrightarrow x = 2$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{2\}$

3. Gabungan dari operasi diatas....(Lanjt...)

$$c. 5x - 3 = 4x + 11$$

$$\Leftrightarrow 5x - 3 + 3 = 4x + 11 + 3$$

$$\Leftrightarrow 5x = 4x + 14$$

$$\Leftrightarrow 5x - 4x = 4x - 4x + 14$$

$$\Leftrightarrow x = 14$$

- Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{14\}$

Persamaan Linear Bentuk Pecahan Satu Variabel

Yaitu persamaan yang memuat pecahan. Untuk menyelesaikan persamaan pecahan ini digunakan perkalian dengan variabel.

Contoh :

Tentukan penyelesaian dari $\frac{x-2}{5} + \frac{x}{3} = \frac{1}{5}$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \frac{x-2}{5} + \frac{x}{3} &= \frac{1}{5} \\ 15\left(\frac{x-2}{5} + \frac{x}{3}\right) &= 15\left(\frac{1}{5}\right) && \text{kedua ruas dikali 15} \\ 15\left(\frac{x-2}{5}\right) + 15\left(\frac{x}{3}\right) &= 3 && \text{sifat distributi f} \\ 3x - 6 + 5x &= 3 \\ 8x - 6 &= 3 \\ 8x - 6 + 6 &= 3 + 6 && \text{kedua ruas ditambah 6} \\ 8x &= 9 \\ \left(\frac{1}{8}\right)8x &= \left(\frac{1}{8}\right)9 && \text{kedua ruas dikali } \frac{1}{8} \\ x &= \frac{9}{8} \end{aligned}$$

Pertidaksamaan Linier Satu Variabel

- Suatu pertidaksamaan yang hanya mempunyai satu variabel dengan pangkat tertinggi variabelnya satu. Pertidaksamaan linear satu variabel adalah kalimat terbuka yang memuat tanda $<$, $>$, \geq , \leq atau \neq .

Contoh :

1. $2x + 1 > 7$
2. $2m - 3 < 15$
3. $2t \geq 14$, atau
4. $5x + 8 \leq 2x + 14$

Menyelesaikan Pertidaksamaan Linier

Dalam penyelesaian pertidaksamaan linier, dapat digunakan pertidaksamaan yang ekuivalen dalam bentuk yang paling sederhana. Pertidaksamaan yang ekuivalen dapat ditentukan dengan cara;

1. Menambah, mengurangi, mengali, dan membagi kedua ruas persamaan dengan bilangan yang sama.

Contoh :

$$\mathbf{a. \quad x + 3 \geq 7}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{x + 3 - 3 \geq 7 - 3}$$

$$\Leftrightarrow \mathbf{x \geq 4}$$

$\therefore \mathbf{x \geq 4}$ disebut penyelesaian dari $\mathbf{x + 3 \geq 7}$

Menyelesaikan Pertidaksamaan Linier... (Lanjut...)

$$\text{b. } 3(x + 1) \geq 18$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3 \geq 18$$

$$\Leftrightarrow 3x + 3 - 3 \geq 18 - 3$$

$$\Leftrightarrow 3x \geq 15$$

$$\Leftrightarrow x \geq 5$$

$\therefore x \geq 5$ disebut penyelesaian dari : $3(x + 1) \geq 18$

c. $x - 10 > 3x$

$$\Leftrightarrow x - 10 + 10 > 3x + 10$$

$$\Leftrightarrow x > 3x + 10$$

$$\Leftrightarrow x - 3x > 3x - 3x + 10$$

$$\Leftrightarrow -2x > 10$$

$$\Leftrightarrow (-\frac{1}{2}) \cdot -2x > 10 \cdot (-\frac{1}{2})$$

$$x < -5$$

(tanda ketidaksamaan dibalik karena dikalikan dengan bilangan negatif

IMPLEMENTASI PERSAMAAN DAN PERTIDAKSAMAAN LINIER DALAM SOAL CERITA.

Ahli kesehatan mengatakan bahwa akibat menghisap satu batang rokok waktu hidup seseorang akan berkurang selama 5,5 menit. Berapa rokok yang dihisap Fahri tiap harinya jika ia merokok selama 20 tahun dan waktu untuk hidupnya berkurang selama 275 hari (1 tahun = 360 hari) ?

Penyelesaian

Misalkan banyaknya rokok yang dihisap tiap hari adalah x , maka waktu hidup berkurang tiap harinya $5,5x$ menit.

Dalam setahun waktu hidup berkurang sebanyak $5,5x \cdot 360$ menit.
Dalam 20 tahun, waktu hidup berkurang sebanyak $5,5x \cdot 360 \cdot 20$ menit.

Sehingga diperoleh persamaan :

$$5,5x \cdot 360 \cdot 20 = 275 \cdot 60 \cdot 24$$

$$39.600x = 396.000$$

$$x = (396.000 : 39.600)$$

$$x = 10$$

- Jadi, Fahri menghisap rokok 10 batang setiap hari.

Pertidaksamaan Linear Bentuk Pecahan Satu Variabel

Yaitu pertidaksamaan yang memuat pecahan. Untuk menyelesaikan pertidaksamaan pecahan ini digunakan perkalian variabel.

Tentukan himpunan penyelesaian dari $\frac{x}{3} > 1 + \frac{x}{4}$.

Penyelesaian :

$$\frac{x}{3} > 1 + \frac{x}{4}$$

$$12\left(\frac{x}{3}\right) > 12\left(1 + \frac{x}{4}\right)$$

kedua ruas dikali 12

$$4x > 12 + 3x$$

$$4x - 3x > 12 + 3x - 3x$$

kedua ruas ditambah $-3x$

$$x > 12$$

Jadi himpunan penyelesaiannya $\{x | x > 12\}$

*“ Ikhlaslah belajar. Bahkan yang paling
berilmu dan bijak di antara kita masih rajin
belajar ”*