Bentuk Pangkat dan Akar

Bentuk Pangkat Bulat

Fungsi notasi pangkat salah satunya adalah untuk menyederhanakan penulisan atau meringkas penulisan. Contoh, 10.000.000,- dapat ditulis dengan notasi pangkat 10^7. Notasi pangkat dapat menghemat tempat, sehingga notasi pangkat banyak digunakan dalam perumusan dan penyederhanakan perhitungan.

Pangkat Bulat Positif

Perkalian berulang dari suatu bilangan dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan berpangkat bilangan bulat positif.

Contoh :

$2 = 2^1$

$2 * 2 = 2^2$

$2 * 2 * 2 = 2^3$

$2 * 2 * 2 * 2 = 2^4$

$2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 2^5$

$2 * 2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 2^6$

Pangkat Bulat Positif (Lanjt...)

Bentuk 2^6 dibaca "dua pangkat enam". 2^6 disebut bilangan berpangkat bulat positif. Bilangan 2 disebut bilangan pokok atau bilangan dasar dan bilangan 6 yang ditulis agak di atas disebut pangkat atau eksponen. Secara umum bilangan berpangkat dapat ditulis :

> Jika a bilangan real atau $a \in R$ dan n bilangan bulat positif, maka
>
> $$a^n = a.a.a.a....a$$
>
> a disebut bilangan pokok dan n disebut pangkat.

Contoh :

1. $3^2 = 3 \times 3 = 9$
2. $64 = 4 \times 4 \times 4 = 3^3$
3. $\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4$

Sifat-Sifat Pangkat Bulat Positif

Pada bilangan berpangkat bulat positif dapat dilakukan beberapa operasi aljabar seperti : perkalian, pemangkatan, dan pembagian untuk bilangan berpangkat bulat positif. Perhatikan teorema-teorema untuk bentuk perkalian, pemangkatan, dan pembagian dari bilangan berpangkat bulat positif berikut:

a. Jika *a* bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan bulat postitif maka:

$$a^p \times a^q = a^{p+q}$$

b. Jika $a \in R$ dan $a \neq 0$, *p* dan *q* bilangan bulat positif maka;

$$a^p : a^q = \frac{a^p}{a^q} = \begin{cases} a^{p-q} \,; Jika\ p > q \\ \frac{1}{a^{q-p}} \,; jika\ q > p \\ 1 \,; jika\ p = q \end{cases}$$

Sifat-Sifat Pangkat Bulat Positif (Lanjt...)

c. Jika a Bilangan Real, p dan q bilangan bulat positif maka ;

$$(a^p)^q = a^{p-q} = a^{pq}$$

d. Jika a dan b bilangan real, p bilangan bulat maka ;

$$(ab)^p = a^p \,.\, b^p$$

Contoh :

Sederhankanlah hasil perkalian berikut:

$$(2x^3y)(-3x^2y^2)$$

Jawab :

$$(2x^3y)(-3x^2y^2) = 2(-3)x^{3+2}y^{1+3} = -6x^5y^4$$

Pangkat Bulat Negatif dan Nol

- Jika pada bentuk perpangkatan pangkat dari bilangan dasar kurang dari satu dan nol maka akan diperoleh pangkat bilangan bulat negatif dan nol.
- Untuk mendefinisikan a^n dengan a bilangan real dan n bilangan bulat negarif dan nol, maka dapat digunakan teorema-teorema perpangkatan pada bilangan bulat positif, yaitu:

$\frac{a^n}{a^n} = 1$, jika teorema $\frac{a^p}{a^q} = a^{p-q}$ digunakan maka akan diperoleh;

$\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0 = 1$ dan untuk $q = p + n$ maka diperoleh ;

$$\frac{a^p}{a^q} = \frac{a^p}{a^{p+n}} = a^{p-(p+n)} = a^n$$

Dengan demikian maka terdapat teorema berikut,

Jika $a \neq 0$, a bilangan real dan n bilangan bulat positif maka

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \text{ dan } a^0 = 1.$$

Bentuk Akar

- Bentuk-bentuk berikut merupakan contoh bentuk akar : $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{21}$ dan sebagainya. Operasi aljabar seperti penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian dapat juga dilakukan terhadap bentuk akar. Operasi tersebut digunakan untuk merasionalkan penyebut yang dinyatakan dalam bentuk akar.
- $Operasi - operasi\ aljabar\ tersebut\ adalah\ sebagai\ berikut:$

a. $a\sqrt{x} + b\sqrt{x} = (a+b)\sqrt{x}$

b. $a\sqrt{x} - b\sqrt{x} = (a-b)\sqrt{x}$

c. $\sqrt{a} \,.\, \sqrt{b} = \sqrt{ab}$

d. $\sqrt{a} \,.\, \sqrt{a} = \sqrt{aa} = \sqrt{a^2} = a^{\frac{2}{3}} = a$

e. $\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{\frac{a}{b}}$

f. $\frac{\sqrt{a}\sqrt{b}}{\sqrt{c}\sqrt{d}} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{cd}}$

Bentuk Akar

Contoh:

a. $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (3 + 4)\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$

b. $\sqrt{8} + \sqrt{32} = 2\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = (2 + 4)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$

c. $\sqrt{32} \div \sqrt{8} = \sqrt{\frac{32}{8}} = \sqrt{4} = 2$

Pangkat Pecahan

Jika m dan n adalah bilangan asli dengan $n \neq 1$ dan a adalah bilangan real yang tidak negatif maka :

$$a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{m}\right)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a^{m}} \text{ dan } a^{\frac{m}{n}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^{m}$$

Pangkat Pecahan (Lanjut…)

Sifat-sifat pangkat pecahan:

a. Jika *a* adalah bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan rasional maka;

$$a^p . a^q = a^{p+q}$$

b. Jika *a* adalah bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan rasional maka;

$$a^p : a^q = a^{p-q}$$

c. Jika *a* adalah bilangan real, *p* dan *q* adalah bilangan rasional maka;

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

d. Jika *a* adalah bilangan real, $a \neq 0 \; dan \; p$ adalah bilangan rasional maka;

$$a^{-p} = \frac{1}{a^p}$$

e. Jika *a* dan *b* adalah bilangan real, *p, q,* dan *r* adalah bilangan rasional maka;

$$(a^p . b^q)^r = (a^p)^r (b^q)^r = a^{pr} . b^{qr}$$

f. Jika *a* dan *b* adalah bilangan real, $b \neq 0$ *dan p, q,* dan *r* adalah bilangan rasional maka ;

$$\left(\frac{a^p}{b^q}\right)^r = \frac{a^{pr}}{b^{qr}}$$

" Ikhlaslah belajar. Bahkan yang paling berilmu dan bijak di antara kita masih rajin belajar "