BARISAN DAN DERET

Deret dibentuk oleh jumlah suku-suku barisan.
Sebagai contoh : 1, 3, 5, 7, ……   adalah barisan
sedang   1+3+5+7+…….   adalah deret.

Contoh :

1. Geometric series

$$\frac{1}{1-x} = 1 + x + x^2 + x^3 + \cdots (-1 < x < 1)$$

2. Binomial :

$$(1+x)^n = 1 = nx + \frac{n(n-1)}{2}x^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!}x^3 + \cdots (-1 < x < 1)$$

3. Logaritma :

$$\ell n(1+x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \cdots (-1 < x < 1)$$

4. Exponensial :

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots (-\infty \leq x \leq +\infty)$$

5. Sinus

$$\sin(x) = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \cdots (-\infty \leq x \leq +\infty)$$

6. Cosinus

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \cdots (-\infty \leq x \leq +\infty)$$

DERET TAK HINGGA adalah deret yang jumlah sukunya tak berhingga banyaknnya.

Masalah yang muncul pada deret tak hingga adalah apakah deret tersebut konvergen atau divergen.

Suatu deret tak hingga disebut deret konvergen jika jumlah n sukunya (Sn) menuju ke sebuah harga tertentu jika n→∞. Sebaliknya jika Sn tidak menuju ke harga tertentu ketika **n→∞** disebut deret divergen.

Contoh.

1. **Tinjau suatu deret: 1+1/2+1/4+1/8+….**
   Deret ini dikenal sbg deret ukur (geometri) dengan a=1, r=1/2. Jumlah n suku pertama dirumuskan sebagai:

   $$Sn = \frac{a(1-r^n)}{1-r} = \frac{1(1-(\frac{1}{2})^n)}{1-\frac{1}{2}} = 2(1-\frac{1}{2^n})$$

   Jika n →∞, maka $\underset{n\to\infty}{Lim}\, Sn = 2$ → deret konvergen

2. **Tinjau suatu deret: 1+3+9+27+81+….**
   Juga merupakan deret ukur dengan a=1 dan r=3.

   $$Sn = \frac{1(1-3^n)}{1-3} = \frac{1-3^n}{-2} = \frac{3^n-1}{2}$$

   $\underset{n\to\infty}{Lim}\, Sn = \infty$ → deret divergen

DERET PANGKAT

1. Dalam *x*

Bentuk umum: $C_0 + C_1x + C_2x^2 + C_3x^3 + ... + C_nx^n$

Suku umum deret $U_n = C_n x^n$

Jari-jari konvergensi $\rho = \underset{n\to\infty}{Lim}\left|\frac{C_n}{C_{n+1}}\right|$

Interval konvergensi

Jika $|x| < \rho$ → $\sum_{1}^{\infty} C_n x^n$ konvergen

$|x| > \rho$ → $\sum_{1}^{\infty} C_n x^n$ divergen

a. Tentukan jari-jari dan interval konvergensi dari deret $\sum_{1}^{\infty} \frac{x^n}{n^2}$

$$C_n = \frac{1}{n^2}$$

Jari-jari konvergensi $\rho = \underset{n\to\infty}{Lim}\left|\frac{C_n}{C_{n+1}}\right| = \underset{n\to\infty}{Lim}\left|\frac{(n+1)^2}{n^2}\right| = 1$

interval konvergensi

konvergen $|x|<1$ → $-1<x<1$

divergen $|x|>\rho$ → $x<-1$ dan $x>1$

bagaimana pada x = 1 dan x = -1

Pada x = 1 deretnya $\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ deret konvergen, deret hiperharmonis dengan k=2

Pada x = -1 deretnya $\sum_{1}^{\infty} \frac{(-1)}{n^2}$ merupakan deret berayun

- turun monoton
- $\lim_{n\to\infty} |U_n| = 0$

→ deret konvergen

Sehingga interval konvergensi menjadi :

Konvergen $-1 \le x \le 1$ dan divergen pada $x<-1$ dan $x>1$

b. Tentukan jari-jari dan interval konvergensi dari deret $\sum_{1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$

$$C_n = \frac{1}{n!}$$

Jari-jari konvergensi $\rho = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{C_n}{C_{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{(n+1)!}{n!}\right| = \lim_{n\to\infty}(n+1) = \infty$

Jadi interval konvergensinya $-\infty < x < \infty$, deret konvergen di semua harga x.

2. Dalam *f(x)*

Bentuk umum: $C_0 + C_1[f(x)] + C_2[f(x)]^2 + ... + C_n[f(x)]^n$

Suku umum deret $U_n = C_n[f(x)]^n$

Jari-jari konvergebsi $\rho = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{C_n}{C_{n+1}}\right|$

Jika $|f(x)|<\rho$ → $\sum_{1}^{\infty} C_n[f(x)]^n$ konvergen

$|f(x)|>\rho$ → $\sum_{1}^{\infty} C_n[f(x)]^n$ divergen

Tentukan jari-jari dan interval konvergensi dari deret $\sum_{0}^{\infty} \frac{1}{4^n}.\left[\frac{x-6}{x+4}\right]^n$

$$C_n = \frac{1}{4^n}$$

Jari-jari konvergensi $\rho = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{C_n}{C_{n+1}}\right| = \lim_{n\to\infty}\left|\frac{4^{n+1}}{4^n}\right| = 4$

Interval konvergensi:

$\left|\frac{x-6}{x+4}\right| < 4 \rightarrow -4 < \left|\frac{x-6}{x+4}\right| < 4 \rightarrow x < \frac{-22}{3} danataux > -2$

Jadi deret konvergen pada $< \frac{-22}{3} danataux > -2$ dan divergen pada $\frac{-22}{3} < x < -2$

SOAL- SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN DAN JAWABAN HARUS DIKIRIMKAN SEBELUM BATAS WAKTU YANG SUDAH DITENTUKAN

1. a. Buatlah contoh barisan dan deret yang terhingga,

b. Buatlah contoh barisan dan deret tak hingga

2. Buatlah dua contoh Deret takhingga, kemudian carilah jari-jari konvergennya.