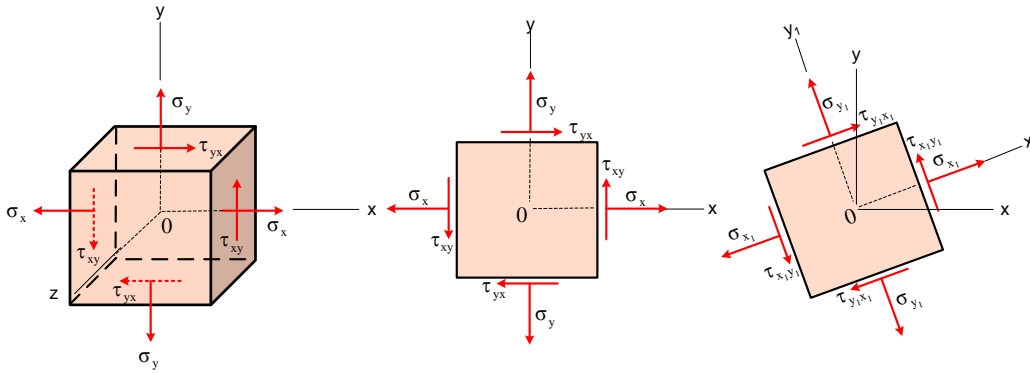
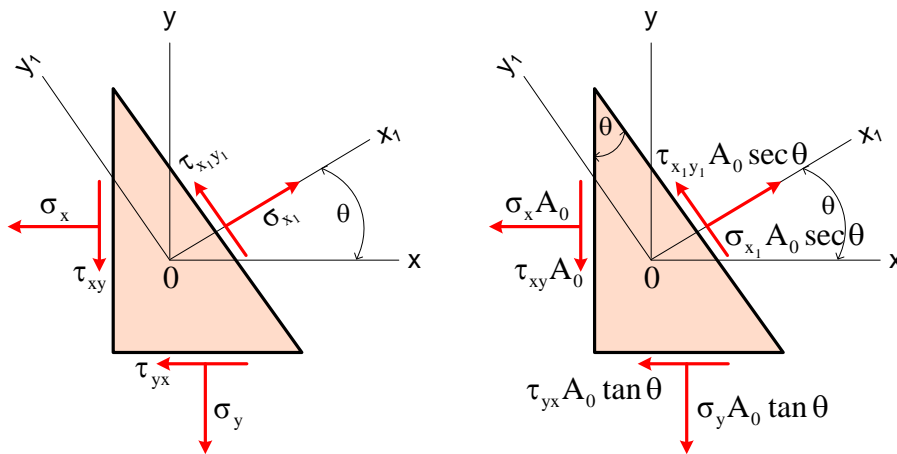


# ANALISIS TEGANGAN DAN REGANGAN

## 4.1. Tegangan Bidang



Gambar 4.1. Elemen yang berada dalam tegangan bidang



Gambar 4.2. Tegangan di potongan miring

$$\sum x_1 = 0$$

$$\sigma_{x_1} A_0 \sec \theta - \sigma_x A_0 \cos \theta - \tau_{xy} A_0 \sin \theta - \sigma_y A_0 \tan \theta \sin \theta - \tau_{yx} A_0 \tan \theta \cos \theta = 0$$

$$\sum y_1 = 0$$

$$\tau_{x_1 y_1} A_0 \sec \theta + \sigma_x A_0 \sin \theta - \tau_{xy} A_0 \cos \theta - \sigma_y A_0 \tan \theta \cos \theta + \tau_{yx} A_0 \tan \theta \sin \theta = 0$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}$$

$$\sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \theta + \sigma_y \sin^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$\tau_{x_1y_1} = -(\sigma_x - \sigma_y) \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

jika :  $\theta = 0^\circ \rightarrow \sigma_{x_1} = \sigma_x$  dan  $\tau_{x_1y_1} = \tau_{xy}$

$\theta = 90^\circ \rightarrow \sigma_{x_1} = \sigma_y$  dan  $\tau_{x_1y_1} = -\tau_{xy} = -\tau_{yx}$

$$\cos^2 \theta = \frac{1}{2}(1 + \cos 2\theta)$$

$$\sin^2 \theta = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\theta)$$

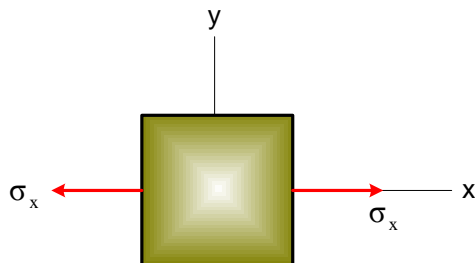
$$\sin \theta \cos \theta = \frac{1}{2} \sin 2\theta$$

$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

## 4.2. Kasus Khusus pada Tegangan Bidang

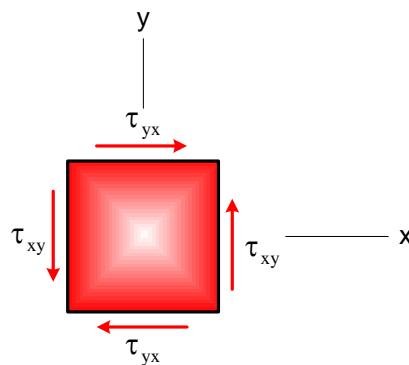
### 1. Tegangan uniaksial



$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x}{2}(1 + \cos 2\theta)$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x}{2}(\sin 2\theta)$$

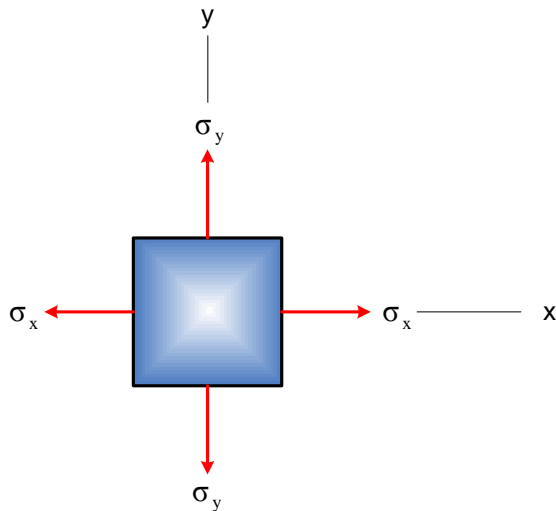
### 2. Geser murni



$$\sigma_{x_1} = \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x_1y_1} = \tau_{xy} \cos 2\theta$$

### 3. Tegangan biaksial



$$\sigma_{x_1} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta$$

$$\tau_{x_1y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta$$

### 4.3. Tegangan Utama dan Tegangan Geser Maksimum

$$\text{Tegangan utama : } \sigma_{1,2} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\text{Tegangan geser maksimum : } \tau_{\text{maks}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad \text{atau}$$

$$\tau_{\text{maks}} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}$$

### 4.4. Lingkaran Mohr

Persamaan transformasi untuk tegangan bidang dapat dinyatakan dalam bentuk plot yang dikenal dengan sebutan lingkaran Mohr. Representasi grafis ini berguna untuk memvisualisasikan hubungan antara tegangan normal dan tegangan geser yang bekerja pada berbagai bidang miring di suatu titik pada benda bertegangan. Lingkaran Mohr dapat dipakai untuk menghitung tegangan utama, tegangan geser maksimum, dan tegangan di bidang miring.

### Contoh 4.1.

Untuk tegangan-tegangan yang bekerja sebagai berikut, tentukan tegangan principal, tegangan geser maksimum dan arah tegangan principal.

$$\sigma_x = 200 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 50 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 40 \text{ MPa}$$

### Penyelesaian :

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{200 + 50}{2} = 125 \text{ MPa}$$

$$\text{jari - jari} = \sqrt{75^2 + 40^2} = 85$$

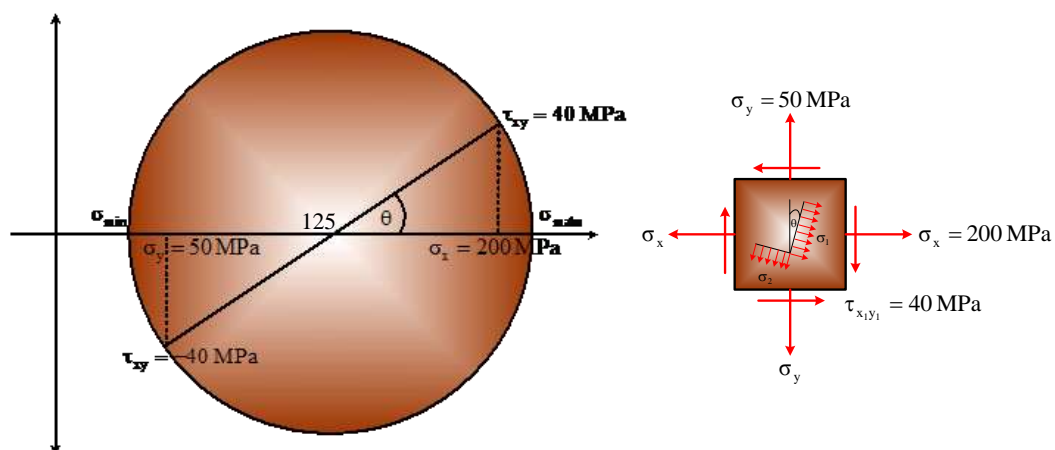
$$\sigma_{\text{maks}} = 125 + 85 = 210 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_1 = \text{max imum principal stress, saat } \tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_{\text{min}} = 125 - 85 = 40 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_2 = \text{min imum principal stress, saat } \tau_{xy} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{40}{125} = 17,74^\circ$$

$$\text{pada bidang} = \frac{17,74^\circ}{3} = 8,87^\circ$$

$$\tau_{\text{maks}} = 125 \text{ MPa}$$



### Contoh 4.2.

Diketahui tegangan yang bekerja adalah :

$$\sigma_x = 150 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = 30 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = 60 \text{ MPa}$$

Tentukan :

- Tegangan principal
- Gambarkan Lingkaran Mohr
- Tentukan  $\tau_{\text{maks}}$
- Tentukan  $\alpha$

### Penyelesaian :

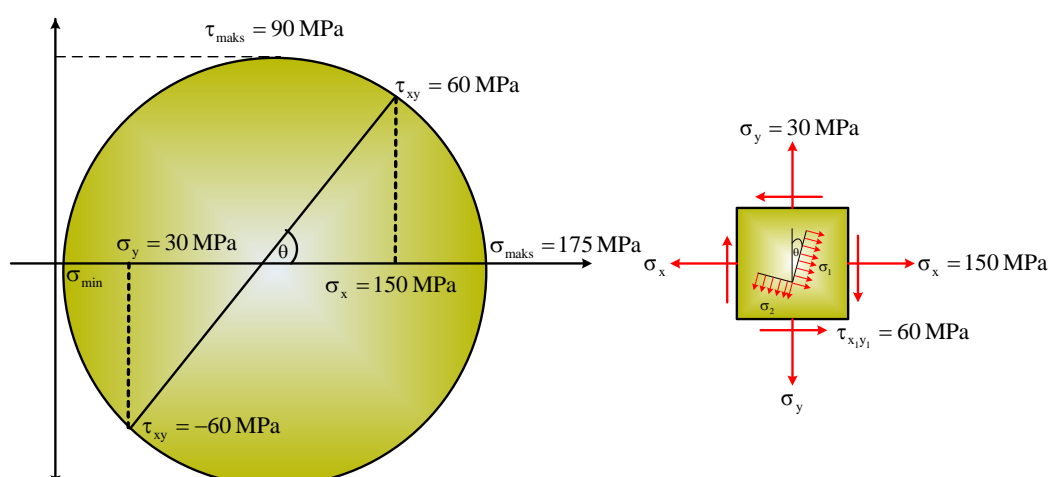
$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{150 + 30}{2} = 90 \text{ MPa}$$

$$\text{jari - jari} = \sqrt{60^2 + 60^2} = 85$$

$$\sigma_{\text{maks}} = 90 + 85 = 175 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_1 = \text{max imum principal stress, saat } \tau_{xy} = 0$$

$$\sigma_{\text{min}} = 90 - 85 = 5 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_2 = \text{min imum principal stress, saat } \tau_{xy} = 0$$

$$\tau_{\text{maks}} = 90 \text{ MPa}$$



### Contoh 4.3.

Diketahui tegangan yang bekerja adalah :

$$\sigma_x = 40 \text{ MPa}$$

$$\sigma_y = -100 \text{ MPa}$$

$$\tau_{xy} = -50 \text{ MPa}$$

Tentukan :

- Tegangan principal
- Gambarkan Lingkaran Mohr
- Tentukan  $\tau_{\text{maks}}$
- Tentukan  $\alpha$

**Penyelesaian :**

$$\sigma = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = \frac{40 + (-100)}{2} = -30 \text{ MPa}$$

$$\text{jari - jari} = \sqrt{70^2 + 50^2} = 86$$

$$\sigma_{\text{maks}} = -30 + 86 = 56 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_1 = \text{max imum principal stress, saat } \tau_{xy} = 0$$

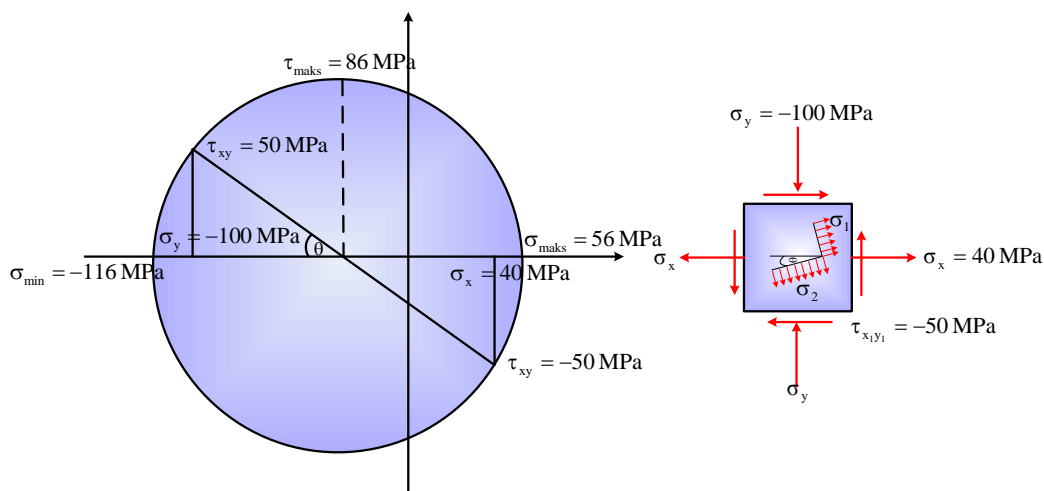
$$\sigma_{\text{min}} = -30 - 86 = -116 \text{ MPa} \rightarrow \sigma_2 = \text{min imum principal stress, saat } \tau_{xy} = 0$$

$$\tan \theta = \frac{50}{70}$$

$$\theta = 35,54^\circ$$

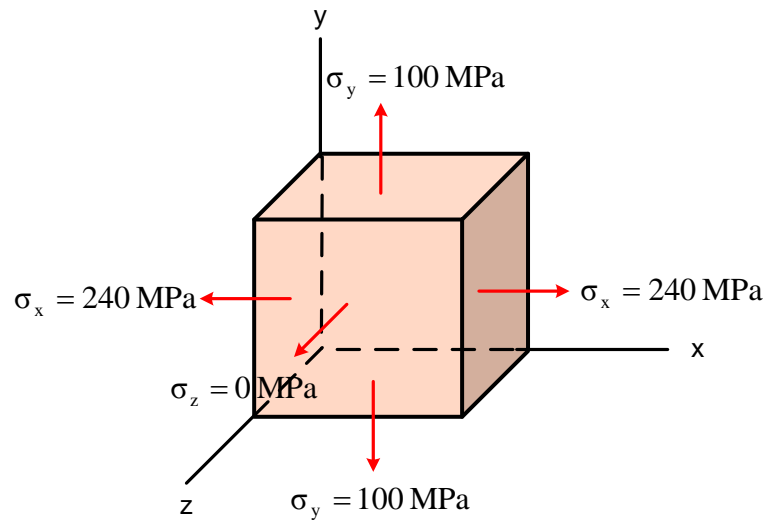
$$\text{pada bidang : } \frac{35,54^\circ}{2} = 17,77^\circ$$

$$\tau_{\text{maks}} = 86 \text{ MPa}$$



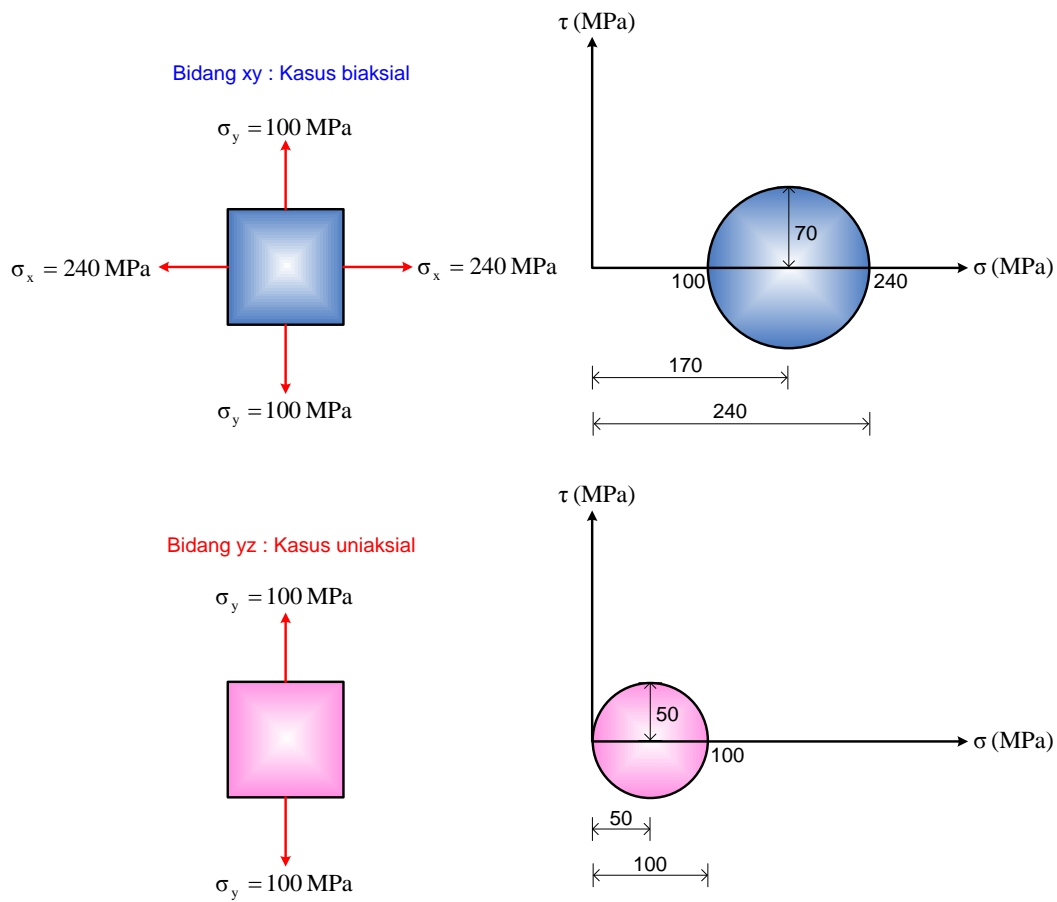
### Contoh 4.4.

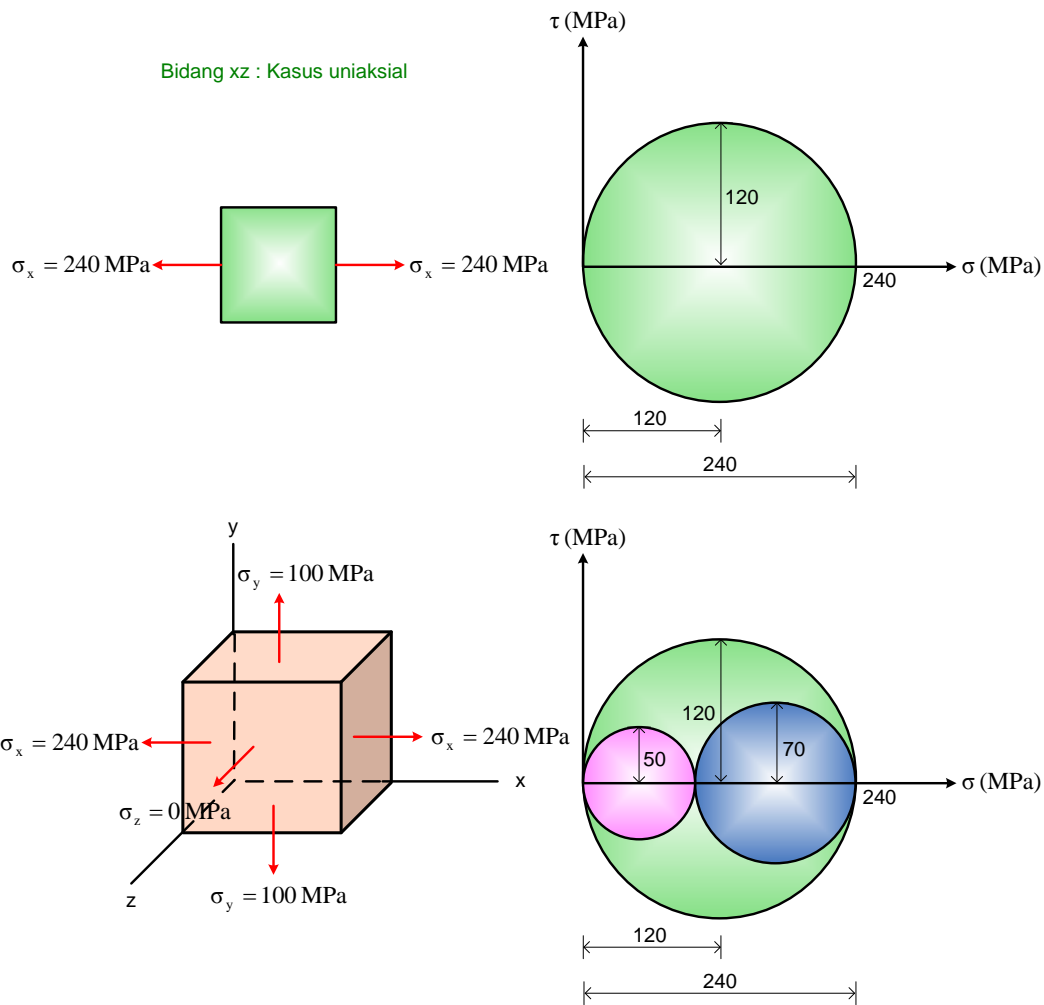
Sebuah kubus beton yang mengalami tegangan triaksial seperti tergambar.



Gambarkan lingkaran Mohr dan tentukan tegangan geser maksimum!

### Penyelesaian :





### Contoh 4.5

Gambarkan lingkaran Mohr dari tegangan-tegangan berikut ini dan tentukan tegangan geser maksimumnya.

No.	$\sigma_1$ (MPa)	$\sigma_2$ (MPa)	$\sigma_3$ (MPa)
1	200	150	50
2	200	150	0
3	200	-50	-50
4	0	-50	-100
5	-50	-50	-100
6	200	0	-50

**Penyelesaian :**



