

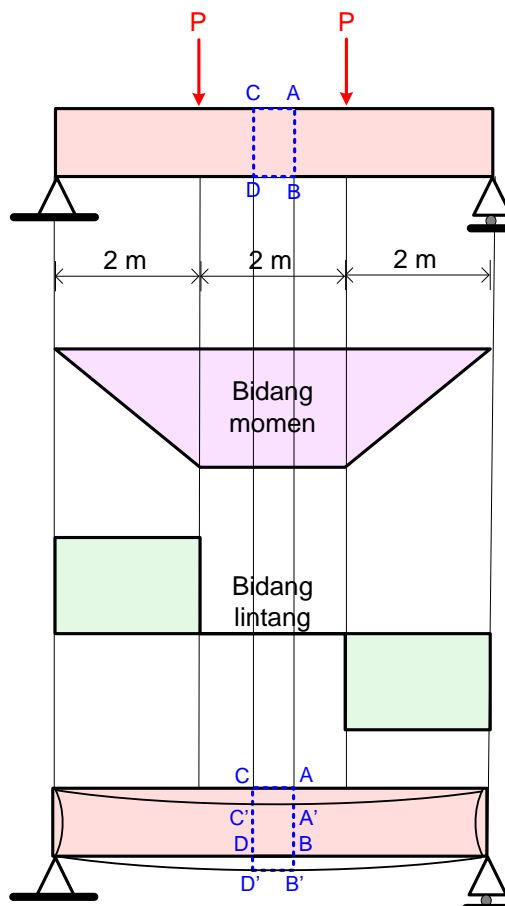
BAB III

TEGANGAN PADA BALOK

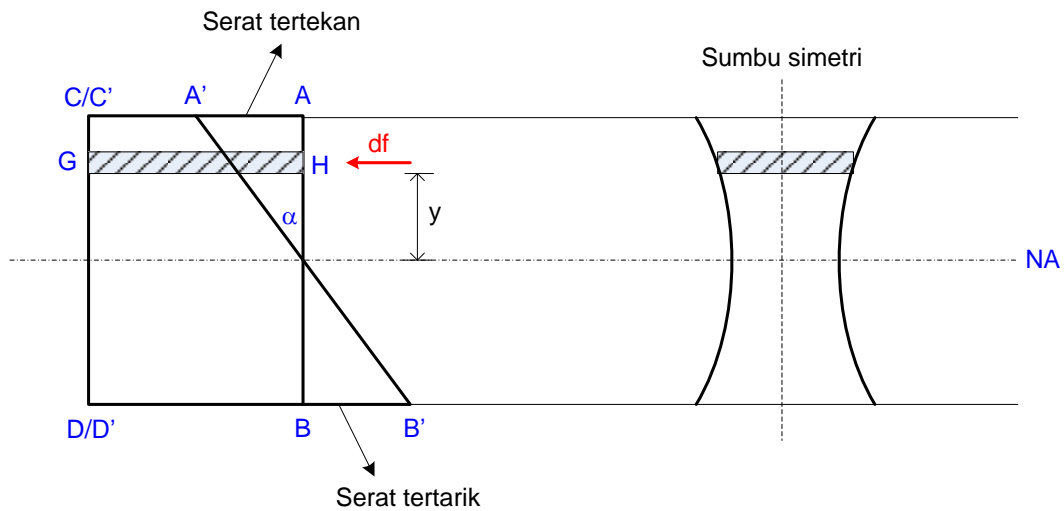
Pada bab ini dibahas hubungan antara momen lentur dan tegangan lentur yang terjadi, dan hubungan antara gaya geser dan tegangan geser, dengan asumsi :

1. Bidang penampang balok mengikuti hukum Bernoulli.
2. Bahan balok homogen dan mengikuti hukum Hooke.
3. Modulus elastisitas tarik dan tekan sama.
4. Balok lurus dan penampang tetap.
5. Bidang beban harus mengandung sumbu prinsipal penampang balok dan beban harus tegak lurus terhadap sumbu longitudinal balok.

3.1. Tegangan Normal di Balok



Gambar 3.1. Balok sederhana dengan daerah tengah mengalami lentur murni dan daerah ujung mengalami lentur tak seragam



Gambar 3.2. Tegangan normal di balok

$$\Delta L = \alpha \cdot y \rightarrow \alpha \llll$$

regangan yang terjadi pada lamina GH : $\epsilon = -\frac{\Delta L}{L} = -\frac{\alpha \cdot y}{L}$

Hukum Hooke :

$$\sigma = E \cdot \epsilon$$

$$\sigma = -E \cdot \frac{\alpha \cdot y}{L}$$

$$df = \sigma \cdot dA$$

$$df = -E \cdot \frac{\alpha \cdot y}{L} dA$$

momen terhadap sumbu netral :

$$dM = -df \cdot y$$

$$dM = -\left(-E \cdot \frac{\alpha \cdot y}{L} dA\right) \cdot y$$

$$M = \frac{E\alpha}{L} \int y^2 dA$$

dimana :

$$\int y^2 dA = I = \text{momen inersia penampang}$$

sehingga :

$$M = \frac{E\alpha}{L} I$$

$$\alpha = \frac{ML}{EI}$$

$$\sigma = -E \frac{\alpha y}{L}$$

$$\sigma = -E \left(\frac{ML}{EI} \right) \frac{y}{L}$$

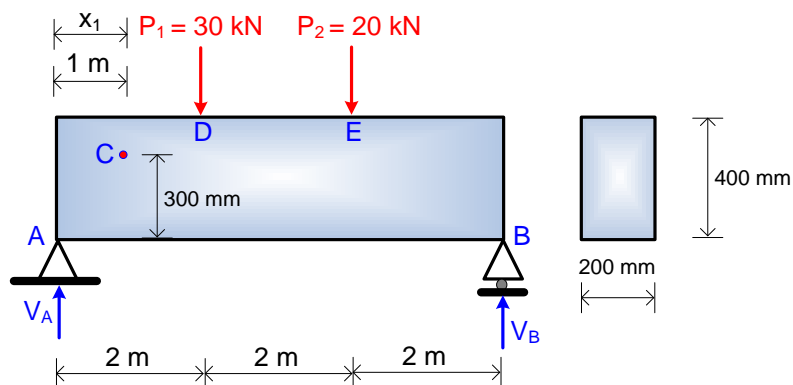
$$\sigma = -\frac{M \cdot y}{I} = -\frac{M \cdot c}{I} \rightarrow \text{tegangan yang timbul pada penampang}$$

$$\frac{I}{c} = s \rightarrow \text{section modulus}$$

$$\sigma = -\frac{M}{s} \text{ atau } \sigma = -\frac{M}{w}$$

Contoh 3.1 :

Sebuah balok sederhana dengan bentang 6 m, dibebani P_1 dan P_2 . Penampang balok adalah persegi panjang dengan $b = 200$ mm dan $h = 400$ mm. Hitunglah tegangan normal pada titik C.



Gambar 3.3. Balok sederhana dengan beban P_1 dan P_2

Penyelesaian :

Syarat :

$$\sum M = 0$$

$$\sum V = 0$$

$$\sum H = 0$$

Perhitungan reaksi perletakan

$$\sum M_A = 0$$

$$-V_B \cdot 6 + P_1 \cdot 2 + P_2 \cdot 4 = 0$$

$$-V_B \cdot 6 + 30 \cdot 2 + 20 \cdot 4 = 0$$

$$V_B = \frac{70}{3} \text{ kN}$$

$$\sum V = 0$$

$$V_A + V_B - P_1 - P_2 = 0$$

$$\frac{80}{3} + \frac{70}{3} - 30 - 20 = 0$$

$$0 = 0 \rightarrow \text{ok!}$$

$$\sum M_B = 0$$

$$V_A \cdot 6 - P_1 \cdot 4 - P_2 \cdot 2 = 0$$

$$V_A \cdot 6 - 30 \cdot 4 - 20 \cdot 2 = 0$$

$$V_A = \frac{80}{3} \text{ kN}$$

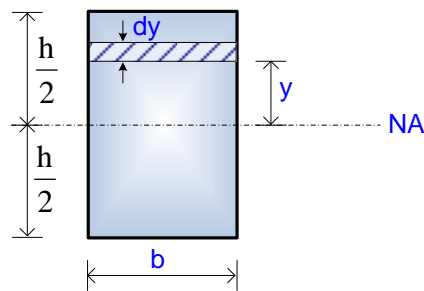
Perhitungan bidang momen

$$M_{x1} = V_A \cdot x_1 = \frac{80}{3} x_1$$

x_1	0	0,5	1	1,5	2
M_{x1}	0	13,33	26,67	40,00	53,33

didapat : $M_c = 26,67 \text{ kN} - \text{m}$

Perhitungan momen inersia penampang



Gambar 3.4. Perhitungan momen inersia

$$I = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dA$$

dimana : $dA = b \cdot dy$

$$I = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 (b \cdot dy)$$

$$I = b \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 dy = b \cdot \frac{1}{3} y^3 \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{1}{12} bh^3$$

$$I = \frac{1}{12} 200 \cdot 400^3 = 10,67 \times 10^8 \text{ mm}^4$$

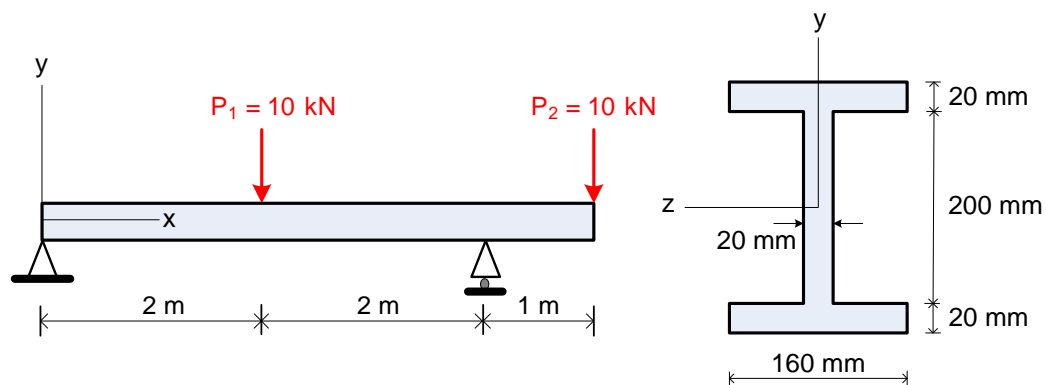
Perhitungan tegangan pada titik C

$$\sigma_c = \frac{M_c \cdot c}{I}$$

$$\sigma_c = \frac{26,67 \cdot 10^6 \cdot 100}{10,67 \cdot 10^8} = 2,5 \text{ MPa}$$

Contoh 3.2.

Sebuah balok dengan beban P_1 dan P_2 seperti tergambar. Penampang balok adalah profil IWF dengan $b = 160 \text{ mm}$ dan $h = 240 \text{ mm}$. Hitunglah tegangan tarik dan tekan maksimum akibat beban tersebut.



Gambar 3.5. Balok dengan penampang IWF

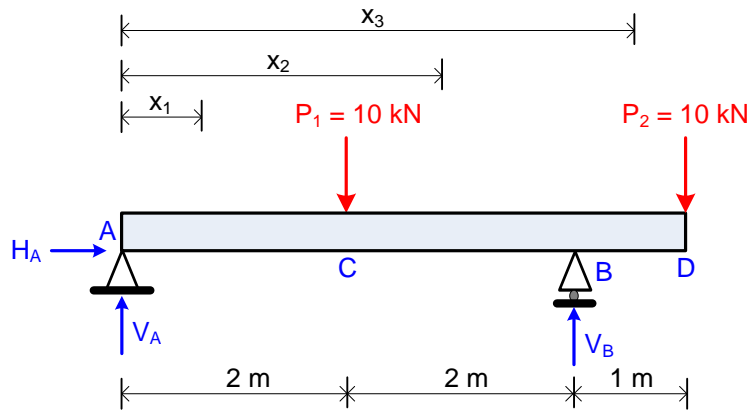
Penyelesaian :

Syarat :

$$\sum M = 0$$

$$\sum V = 0$$

$$\sum H = 0$$



Gambar 3.6. Perhitungan reaksi perletakan

Reaksi perletakan :

$$\sum M_A = 0$$

$$P_1 \cdot 2 + P_2 \cdot 5 - V_B \cdot 4 = 0$$

$$10 \cdot 2 + 10 \cdot 5 - 4V_B = 0$$

$$V_B = \frac{35}{2} \text{ kN}$$

Kontrol : $\sum V = 0$

$$V_A + V_B - P_1 - P_2 = 0$$

$$\frac{5}{2} \text{ kN} + \frac{35}{2} \text{ kN} - 10 \text{ kN} - 10 \text{ kN} = 0$$

$$0 = 0 \rightarrow \text{Ok!!!}$$

$$\sum H = 0$$

$$H_A = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

$$V_A \cdot 4 - P_1 \cdot 2 + P_2 \cdot 1 = 0$$

$$V_A \cdot 4 - 10 \cdot 2 + 10 \cdot 1 = 0$$

$$V_A = \frac{5}{2} \text{ kN}$$

Perhitungan bidang momen (M_x)

Batang AC : $0 \leq x_1 \leq 2 \text{ m}$ diukur dari titik A

$$M_{x_1} = V_A \cdot x_1$$

$$M_{x_1} = \frac{5}{2} \cdot x_1$$

$x_1 \text{ (m)}$	0	0,5	1	1,5	2
$M_{x_1} \text{ (kN-m)}$	0	1,25	2,5	3,75	5

Batang CB : $2 \text{ m} \leq x_2 \leq 4 \text{ m}$ diukur dari titik A

$$M_{x_2} = V_A \cdot x_2 - P_1(x_2 - 2)$$

$$M_{x_2} = \frac{5}{2} \cdot x_2 - 10(x_2 - 2)$$

$$M_{x_2} = -\frac{15}{2}x_2 + 20$$

x_2 (m)	2	2,5	3	3,5	4
M_{x_2} (kN-m)	5	1,25	-2,5	-6,25	-10

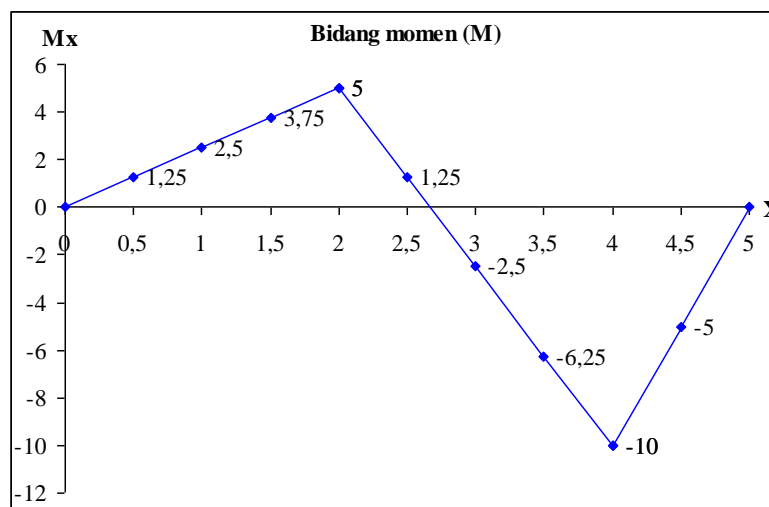
Batang BD : $4 \text{ m} \leq x_3 \leq 5 \text{ m}$ diukur dari titik A

$$M_{x_3} = V_A \cdot x_3 - P_1(x_3 - 2) + V_B(x_3 - 4)$$

$$M_{x_3} = \frac{5}{2} \cdot x_3 - 10(x_3 - 2) + \frac{35}{2}(x_3 - 4)$$

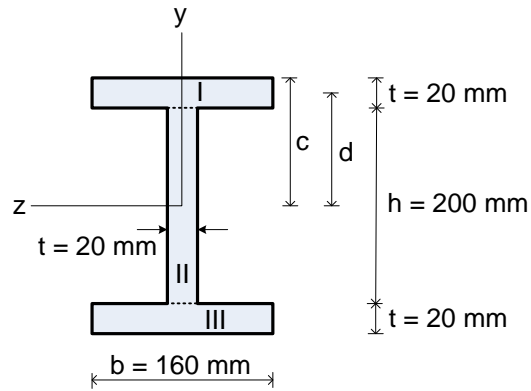
$$M_{x_3} = 10x_3 - 50$$

x_3 (m)	4	4,5	5
M_{x_3} (kN-m)	-10	-5	0



Berdasarkan perhitungan diatas dapat disimpulkan bahwa momen positif maksimum dan negatif maksimum masing-masing adalah 5 kN-m dan -10 kN-m.

Perhitungan momen inersia



Gambar 3.7. Perhitungan momen inersia Profil IWF

$$c = \frac{20 + 200 + 20}{2} = 120 \text{ mm}$$

$$d = c - \frac{t}{2} = 120 - \frac{20}{2} = 110 \text{ mm}$$

$$A_1 = b \cdot t = 160 \cdot 20 = 3200 \text{ mm}^2$$

$$A_2 = h \cdot t = 200 \cdot 20 = 4000 \text{ mm}^2$$

$$A_3 = b \cdot t = 160 \cdot 20 = 3200 \text{ mm}^2$$

$$I_{z_1} = I_{z_c} + A_1 \cdot d^2$$

$$I_{z_1} = \frac{1}{12} b t^3 + A_1 \cdot d^2$$

$$I_{z_1} = \frac{1}{12} 160 \cdot 20^3 + 3200 \cdot 110^2 = 38826667 \text{ mm}^4$$

$$I_{z_2} = \frac{1}{12} t \cdot h^3$$

$$I_{z_2} = \frac{1}{12} 20 \cdot 200^3 = 13333333 \text{ mm}^4$$

$$I_{z_3} = I_{z_1} = 38826667 \text{ mm}^4$$

$$I_z = I_{z_1} + I_{z_2} + I_{z_3} = 90986667 \text{ mm}^4$$

Tegangan tarik dan tekan maksimum

Tegangan tarik maksimum : $\sigma_t = \frac{M.c}{I}$

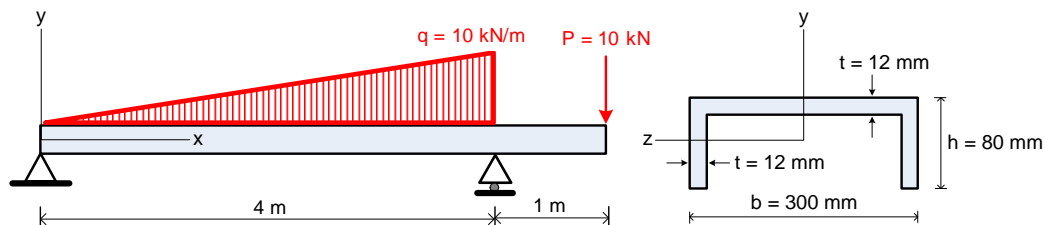
$$\sigma_t = \frac{5 \cdot 10^6 \cdot 110}{90986667} = 6,045 \text{ MPa}$$

Tegangan tekan maksimum : $\sigma_c = \frac{M.c}{I}$

$$\sigma_c = \frac{-10 \cdot 10^6 \cdot 110}{90986667} = -12,09 \text{ MPa}$$

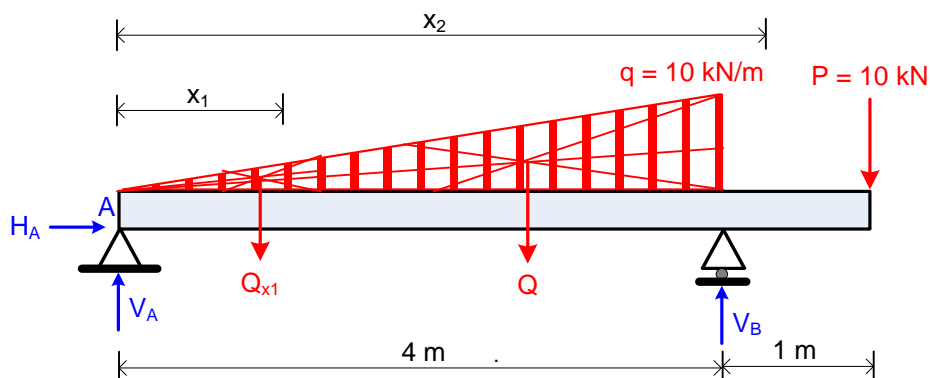
Contoh 3.3

Sebuah balok dengan beban P_1 dan P_2 seperti tergambar. Penampang balok adalah berbentuk kanal dengan $b = 300 \text{ mm}$, $h = 80 \text{ mm}$ dan $t = 12 \text{ mm}$. Hitunglah tegangan tarik dan tekan maksimum akibat beban tersebut.



Gambar 3.8. Balok dengan penampang berbentuk canal

Penyelesaian :



Gambar 3.9. Perhitungan reaksi perletakan

Syarat :

$$\sum M = 0$$

$$\sum V = 0$$

$$\sum H = 0$$

$$Q = \frac{q \cdot L}{2} = \frac{10 \cdot 4}{2} = 20 \text{ kN}$$

$$\frac{q_{x_1}}{q} = \frac{x_1}{4}$$

$$\frac{q_{x_1}}{10} = \frac{x_1}{4}$$

$$q_{x_1} = \frac{10}{4} x_1 = \frac{5}{2} x_1$$

$$Q_{x_1} = \frac{q_{x_1} \cdot x_1}{2} = \frac{5}{4} x_1^2$$

Reaksi perletakan :

$$\sum M_A = 0$$

$$P \cdot 5 - Q \cdot \frac{2}{3} \cdot 4 - V_B \cdot 4 = 0$$

$$10 \cdot 5 - 4V_B + 20 \cdot \frac{8}{3} = 0$$

$$V_B = \frac{155}{6} \text{ kN}$$

$$\text{Kontrol : } \sum V = 0$$

$$V_A + V_B - Q - P = 0$$

$$\frac{25}{6} \text{ kN} + \frac{155}{6} \text{ kN} - 20 - 10 \text{ kN} = 0$$

$$0 = 0 \rightarrow \text{Ok!!!}$$

$$\sum H = 0$$

$$H_A = 0$$

Perhitungan bidang momen (M_x)

Batang AB : $0 \leq x_1 \leq 4 \text{ m}$ diukur dari titik A

$$M_{x_1} = V_A \cdot x_1 - Q_{x_1} \cdot \frac{1}{3} x_1$$

$$M_{x_1} = \frac{25}{6} x_1 - \frac{5}{4} x_1^2 \cdot \frac{1}{3} x_1$$

$$M_{x_1} = \frac{25}{6} x_1 - \frac{5}{12} x_1^3$$

x_1 (m)	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
M_{x_1} (kN-m)	0	2,03	3,75	4,84	5	3,91	1,25	-3,28	-10

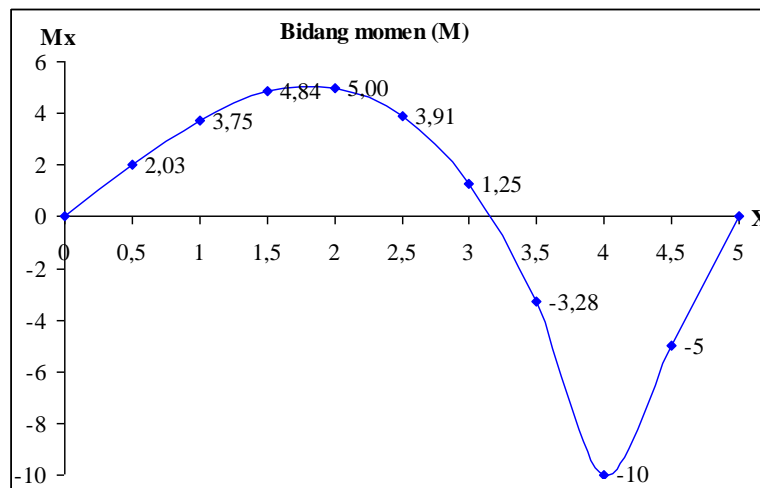
Batang BC : $4 \text{ m} \leq x_2 \leq 5 \text{ m}$ diukur dari titik A

$$M_{x_2} = V_A \cdot x_2 - Q \left(x_2 - \frac{8}{3} \right) + V_B (x_2 - 4)$$

$$M_{x_2} = \frac{25}{6} \cdot x_2 - 20 \left(x_2 - \frac{8}{3} \right) + \frac{155}{6} (x_2 - 4)$$

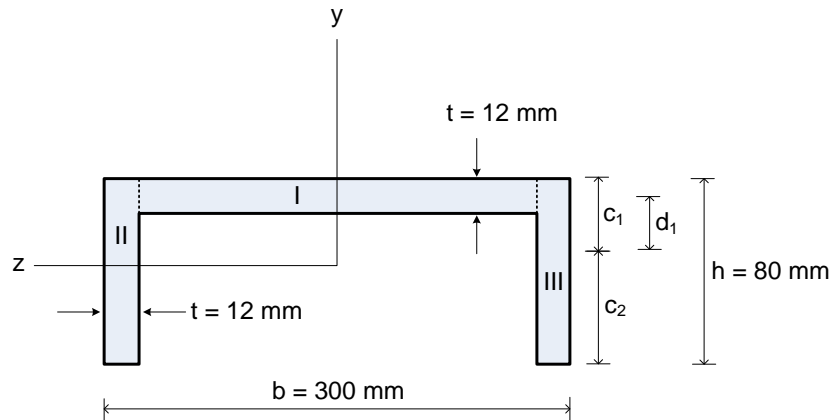
$$M_{x_2} = 10x_2 - 50$$

x_2 (m)	4	4,5	5
M_{x_2} (kN-m)	-10	-5	0



Berdasarkan perhitungan diatas dapat disimpulkan bahwa momen positif maksimum dan negatif maksimum masing-masing adalah 5 kN-m dan -10 kN-m.

Perhitungan momen inersia



Gambar 3.10. Perhitungan momen inersia penampang canal

Area I :

$$y_1 = \frac{t}{2} = \frac{12}{2} = 6\text{mm} \quad A_1 = (b - 2t)t = (300 - 2 \cdot 12) \cdot 12 = 3312 \text{ mm}^2$$

Area II :

$$y_2 = \frac{h}{2} = \frac{80}{2} = 40\text{mm} \quad A_2 = h \cdot t = 80 \cdot 12 = 960 \text{ mm}^2$$

Area III :

$$y_3 = y_2 = 40\text{mm} \quad A_3 = A_2 = 960 \text{ mm}^2$$

$$c_1 = \frac{\sum y_i A_i}{\sum A_i} = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$c_1 = \frac{6 \cdot 3312 + 40 \cdot 960 + 40 \cdot 960}{3312 + 960 + 960} = 18,48 \text{ mm}$$

$$c_2 = h - c_1 = 80 - 18,48 = 61,52 \text{ mm}$$

$$I_{z_1} = I_{z_c} + A_1 \cdot d_1^2$$

$$I_{z_1} = \frac{1}{12} (b - 2t)t^3 + A_1 \cdot d_1^2$$

$$d_1 = c_1 - \frac{t}{2} = 18,48 - \frac{12}{2} = 12,48 \text{ mm}$$

$$I_{z_1} = \frac{1}{12} (276)(12)^3 + (3312)(12,48)^2 = 555589,32 \text{ mm}^4$$

$$I_{z_2} = \frac{1}{12} t \cdot h^3 + A_2 \cdot d_2^2$$

$$d_2 = c_2 - y_2$$

$$d_2 = 61,52 - 40 = 21,52 \text{ mm}$$

$$I_{z_2} = \frac{1}{12}(12)(80)^3 + (960)(21,52)^2 = 956585,98 \text{ mm}^4$$

$$I_{z_3} = I_{z_2} = 956585,98 \text{ mm}^4$$

$$I_z = I_{z_1} + I_{z_2} + I_{z_3} = 2468761 \text{ mm}^4$$

Tegangan tarik dan tekan maksimum

Pada posisi di mana terjadi momen lentur maksimum, tegangan tarik terbesar terjadi di bawah balok, dan tegangan tekan terbesar terjadi di atas balok.

$$\sigma_t = \frac{M.c_2}{I_z} = \frac{(5 \cdot 10^6)(61,52)}{246871} = 1245,995 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = -\frac{M.c_1}{I_z} = -\frac{(5 \cdot 10^6)(18,48)}{246871} = -374,285 \text{ MPa}$$

Tegangan terbesar di penampang di mana momen negatif maksimum terjadi adalah :

$$\sigma_t = -\frac{M.c_1}{I_z} = -\frac{(-10 \cdot 10^6)(18,48)}{246871} = 748,5691 \text{ MPa}$$

$$\sigma_c = \frac{M.c_2}{I_z} = \frac{(-10 \cdot 10^6)(61,52)}{246871} = -2491,99 \text{ MPa}$$

Perbandingan antara keempat tegangan ini menunjukkan bahwa tegangan tarik terbesar di balok adalah 1245,995 MPa, terjadi di bawah balok penampang dengan momen lentur positif maksimum. Tegangan tekan terbesar adalah -2491,99 MPa dan terjadi di bawah balok di penampang dengan momen negatif maksimum.