

FUNGSI NON-LINEAR

A scenic sunset over a lake with a boat in the foreground. The sky transitions from a deep blue at the top to a bright yellow and orange near the horizon, where the sun is setting. The water reflects the colors of the sky. In the foreground, a wooden boat is partially visible on the left, and some dark foliage is on the right. The overall mood is peaceful and serene.



- Fungsi kuadrat

- Identifikasi persamaan kuadrat

- Lingkaran

- Elips

- Hiperbola

- Parabola

Persamaan Berderajat Dua

- *Polinomial* atau *suku banyak* pada variabel x dilambangkan dengan $P(x)$, mengandung suku-suku Kx^n , dimana $K =$ konstanta, dan n merupakan bilangan bulat.
- Bentuk umum polinomial berderajat n adalah :
$$P(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n$$
- Kedua suku pertama $P(x)$ adalah juga berbentuk Kx^n , karena dapat ditulis a_0x^0 dan a_1x^1

Persamaan Berderajat Dua ©

- Kalau polinomial berderajat n disamakan nol maka diperoleh persamaan berderajat n dalam x .

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + \dots + a_nx^n = 0$$

- Buat $n = 2$, maka diperoleh persamaan derajat dua dalam x :

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 = 0$$

- Yang sering juga ditulis :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Persamaan Berderajat Dua ©

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{dengan } a \neq 0$$

pembagian dengan a memberikan :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

Persamaan ini dapat dipecahkan dengan cara yang dinamakan melengkapkan bujursangkar :

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \longrightarrow r$$

Persamaan Berderajat Dua ©

Kalau $y^2 = r$, maka $y = \pm\sqrt{r}$, sehingga :

$$x + \frac{b}{2a} = \pm\sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Kedua jawaban ini yaitu :

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

dinamakan akar persamaan kuadrat.

Jumlah dan hasil kalinya adalah :

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} \quad x_1 x_2 = \frac{c}{a}$$

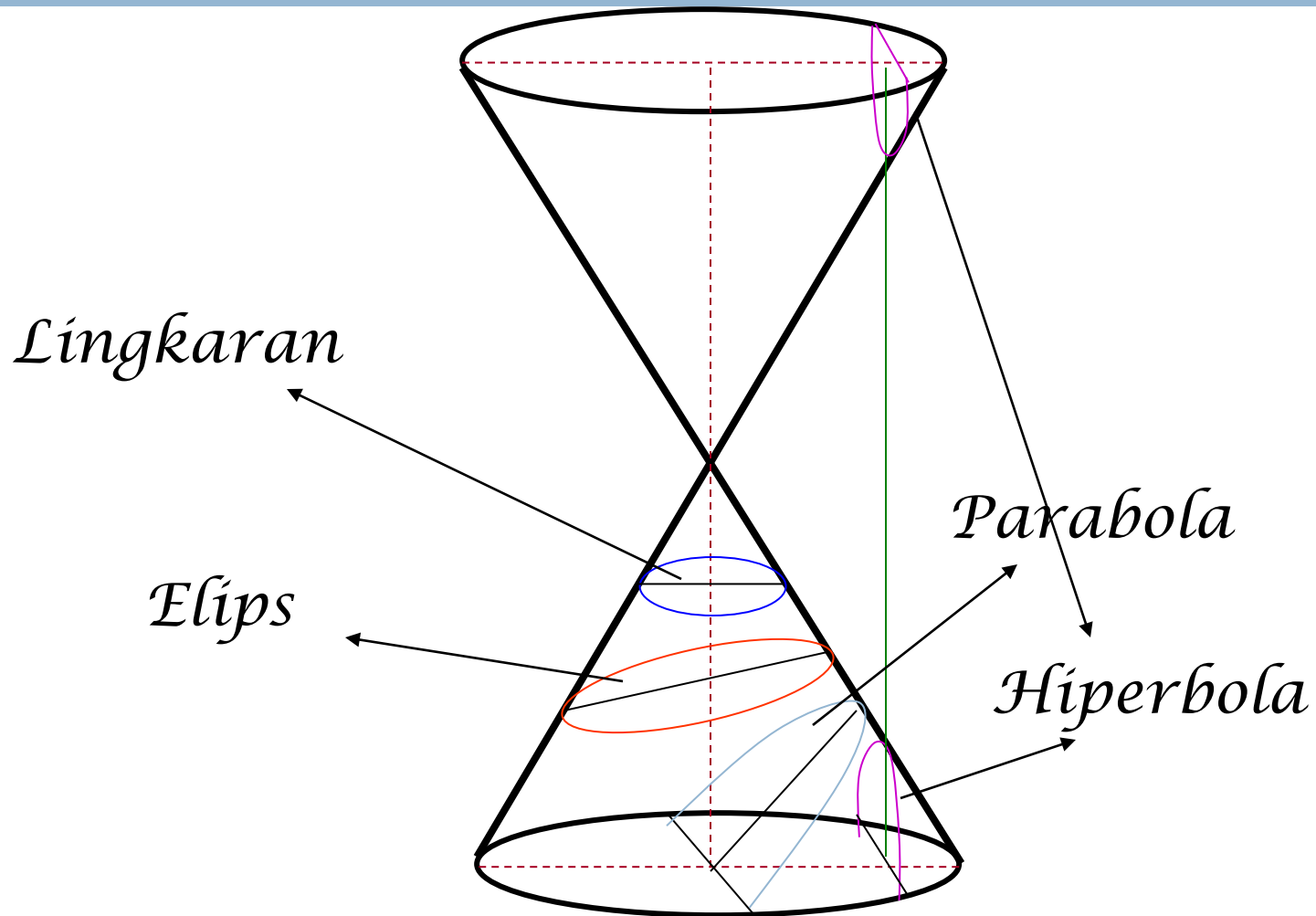
Persamaan Berderajat Dua ©

- Polinom atau suku banyak pada variabel x dan y yang dilambangkan $P(x,y)$ ialah ungkapan yang mengandung suku $Kx^r y^s$, dimana K =konstanta, r dan s = bilangan bulat.
- Harga tertinggi ($r+s$) suatu suku $P(x,y)$ dinamakan derajat polinom itu.
- Jika $P(x,y)$ berderajat $n=0 \rightarrow Ax + By + C = 0$ (grafik berupa garis lurus)
- Bentuk umum persamaan derajat dua x dan y :

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

(Grafik persamaan ini adalah sebuah potongan kerucut yaitu : lingkaran, elips, parabola dan hiperbola)

Gambar Potongan Kerucut



Identifikasi Persamaan Kuadrat

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

- Jika $B = 0$ dan $A = C \neq 0 \rightarrow$ lingkaran
- Jika $B^2 - 4AC < 0 \rightarrow$ Elips
- Jika $B^2 - 4AC > 0 \rightarrow$ Hiperbola
- Jika $B^2 - 4AC = 0 \rightarrow$ Parabola

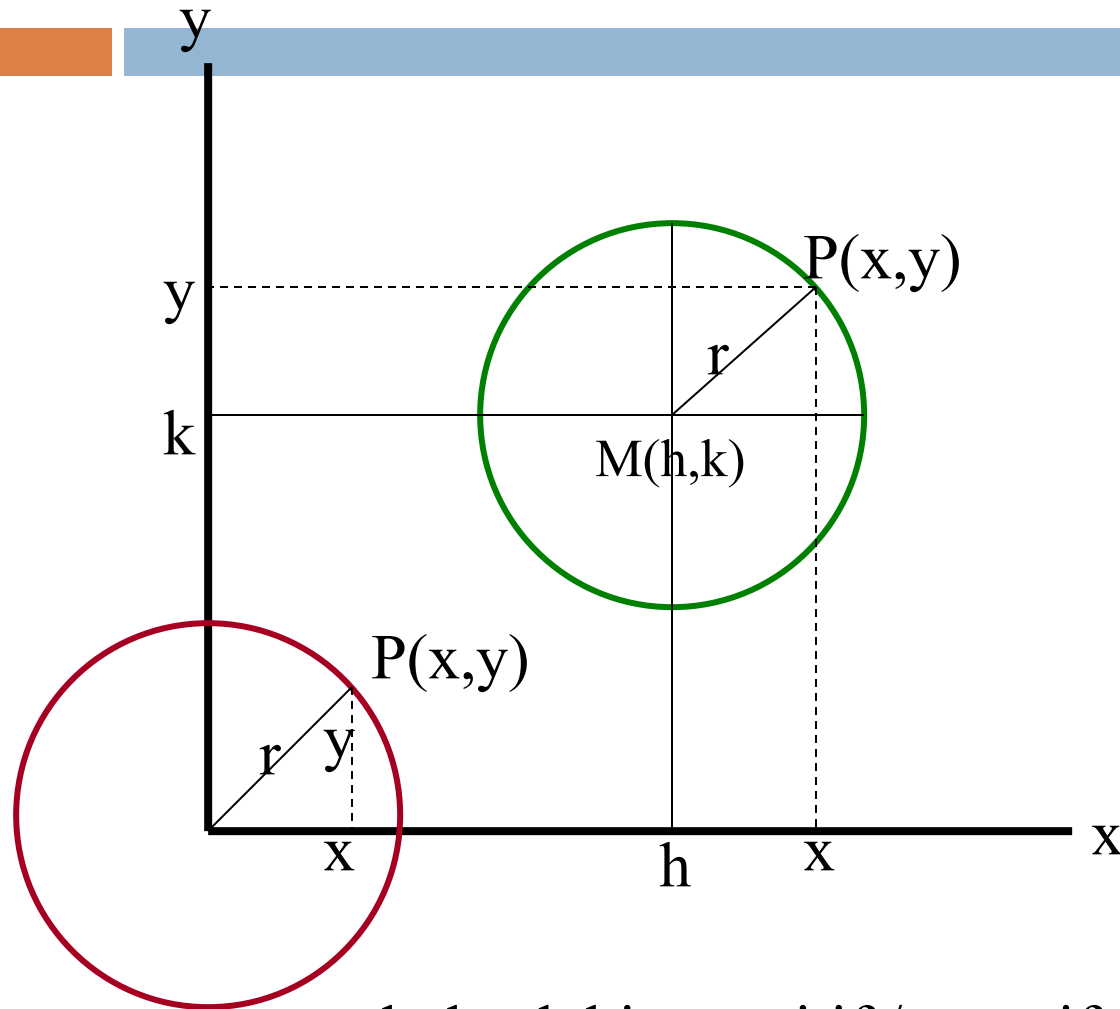
$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

- Jika $A = C \neq 0 \rightarrow$ lingkaran
- Jika $A \neq C$, tanda sama \rightarrow elips
- Jika A dan C berlawanan tanda \rightarrow Hiperbola
- Jika $A=0$ atau $C=0$, tapi tidak keduanya \rightarrow parabola

Lingkaran

- Lingkaran didefinisikan sebagai tempat kedudukan atau lokus titik-titik $P(x,y)$ yang jaraknya r sampai suatu titik M yang dinamakan pusat lingkaran adalah sama.
- Persamaan lingkaran menjadi sederhana bila pusat lingkaran berimpit dengan asal O . Berlaku hukum Pythagoras $x^2 + y^2 = r^2$

Lingkaran ©



Bila pusat lingkaran dipindahkan dari 0 ke $M(h,k)$, maka juga dengan hukum pythagoras diperleh persamaan lingkaran :

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$x \rightarrow (x - h), y \rightarrow (y - k)$$

Dapat ditulis

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + (h^2 + k^2 + r^2) = 0$$

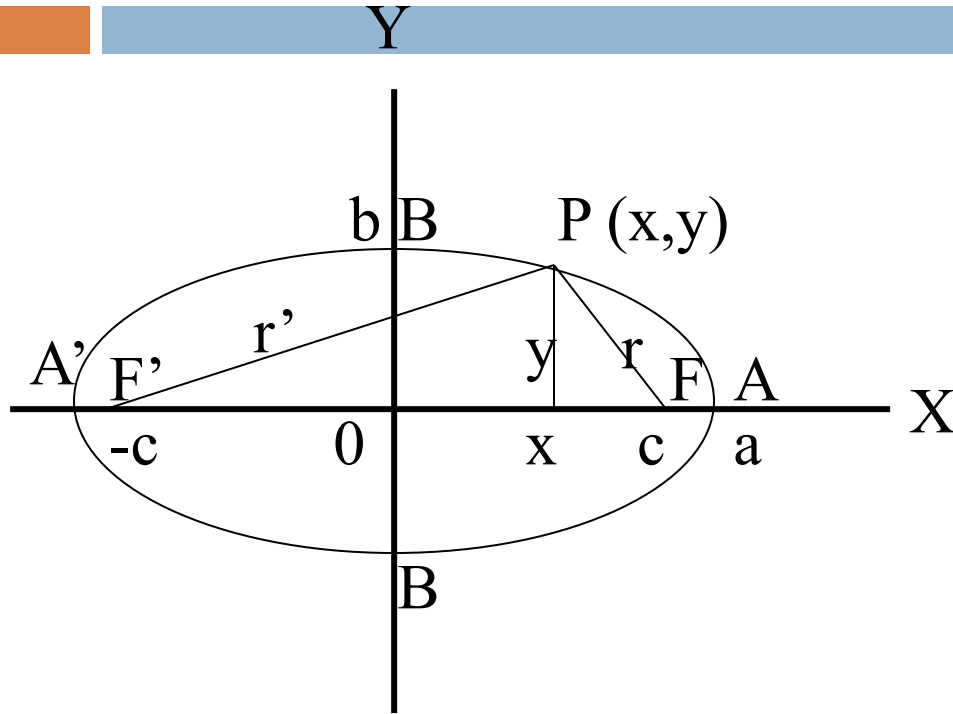
h dan k bisa positif / negatif \rightarrow persamaan lingkaran :

$$Ax^2 + Ay^2 + Dx + Ey + F = 0 \rightarrow A = C \text{ dan } B = 0$$

Elips

- Elips didefinisikan sebagai lokus titik-titik yang jumlah jaraknya hingga dua titik tertentu, yang dinamakan fokus F dan F' adalah tetap.
- Persamaan elips menjadi sederhana bila dipilih asal O di pertengahan FF' dan sumbu y tegak lurus FF' .
- Misal $OF = OF' = c$, $PF + PF' = 2a$ dan $a^2 - c^2 = b^2$

Elips ©



dikuadratkan : $c^2 - 2cx + x^2 + y^2 = a^2 - 2cx + \frac{c^2}{a^2}x^2$

$$\left(1 - \frac{c^2}{a^2}\right)x^2 + y^2 = a^2 - c^2$$

dibagi dengan $a^2 - c^2 = b^2 \quad \rightarrow \quad \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$$OF = OF' = c, PF + PF' = 2a$$

dan $a^2 - c^2 = b^2$

$$PF' + PF = 2a$$

$$PF' = 2a - PF$$

$$\sqrt{(c+x)^2 + y^2} = 2a - \sqrt{(c-x)^2 + y^2}$$

dikuadratkan dan dikurangi $c^2 + x^2 + y^2$

dikiri dan dikanan

$$2cx = 4a^2 - 4a\sqrt{(c-x)^2 + y^2} - 2cx$$

$$\sqrt{(c-x)^2 + y^2} = a - \frac{c}{a}x$$



Elips ©

- Adapun AA' adalah sumbu mayor dan BB' adalah sumbu minor elips. Bila elips dipindahkan sejajar sehingga pusatnya tidak lagi di 0. → titik M (h,k) maka :

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$$

- Bentuk umum persamaan elips :

$$Ax^2 + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Parabola

- Parabola ialah tempat kedudukan titik-titik yang berjarak sama terhadap sebuah titik fokus dan sebuah garis lurus yang disebut direktris
- Persamaan parabola menjadi sederhana bila dipilih asal 0 di M dan FT = sumbu y.
- Dengan hukum pythagoras :

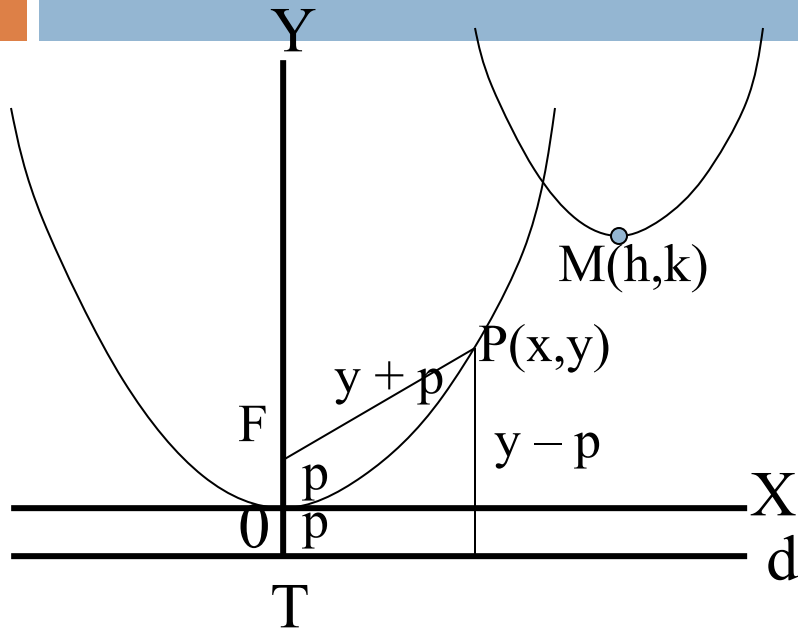
$$x^2 + (y - x)^2 = (y + x)^2$$

$$x^2 - 2yp = 2yp$$

$$x^2 = 4py$$

$$y = \frac{1}{4} px^2 = ax^2$$

Parabola ©



Titik Ekstrim

$$\left(\frac{-b}{2a}, \frac{b^2 - 4ac}{-4a} \right)$$

Bila parabola dipindahkan sejajar sehingga puncaknya tidak lagi 0 tetapi di M(h,k) maka:

$$(x - h)^2 = 4p(y - k)$$

$$x^2 - 2hx - 4py + (h^2 + 4pk) = 0$$

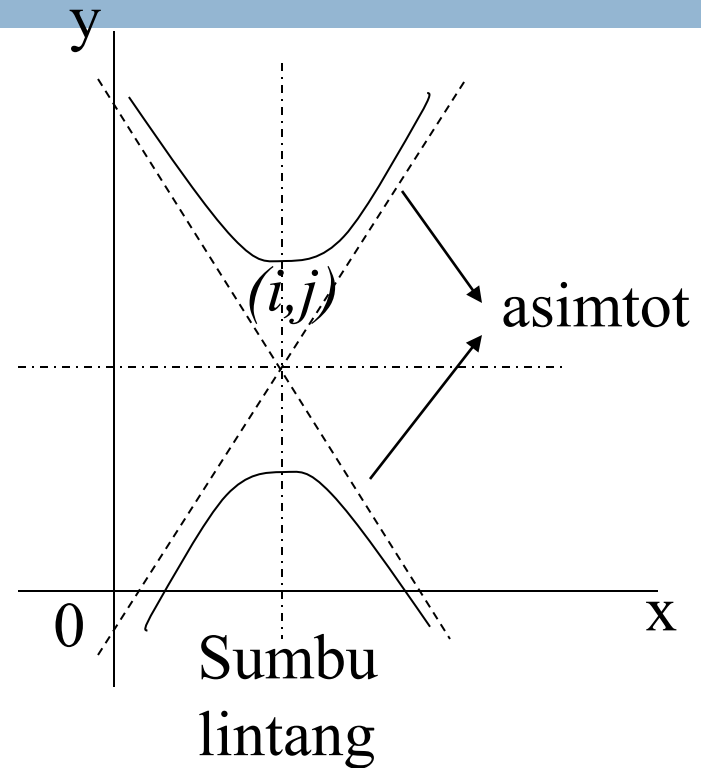
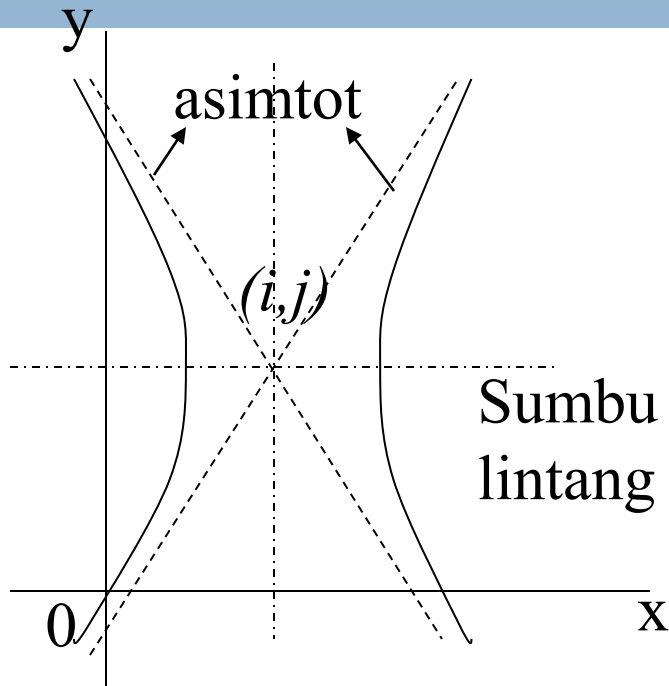
$$Ax^2 + Dx + Ey + F = 0$$

$$Cx^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Hiperbola

- Hiperbola ialah tempat kedudukan titik-titik yang perbezaan jaraknya terhadap dua fokus selalu konstan. Sebuah hiperbola mempunyai dua sumbu simetri yang saling tegak lurus dan sepasang asimtot.

Hiperbola ©



Rumus Umum :

$$Ax^2 - Cy^2 + Dx + Ey + F = 0$$

Latihan

- Pertumbuhan jumlah pegawai sebuah perusahaan diperkirakan akan mengikuti kurva Gompertz

$$y = 1000(0,01)^{0,5^t}$$

Ditanyakan jumlah pegawai awalnya, pada akhirnya dan sesudah 3 tahun.

- Hitung harga dan kuantitas imbang (keseimbangan) kurva permintaan dan penawaran berikut :

$$S = p^2 + 2p - 3$$

$$D = -p^2 + 9$$

(Gambarkan)