BAB II

DERET TYALOR DAN DERET MACLAURIN

Dosen Koordinator : Diana, S.Si., M.Kom.

2.1. DERET TAYLOR

Deret taylor merupakan salah satu tools yang sangat penting dalam metode numerik untuk menurunkan suatu metode numerik. Deret Taylor digunakan untuk menentukan nilai hampiran dari fungsi dalam bentuk polinom.

DEFINISI DERET TAYLOR

Andaikan f dan semua turunannya f', f'', f''', ... menerus di dalam selang [a,b]. Misalkan x_0 anggota [a,b], maka untuk nilai-nilai x disekitar x_0 dan x anggota [a,b], f(x) dapat diperluas / ekspansi ke dalam deret taylor.

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!}f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!}f''(x_0) + \cdots + \frac{(x-x_0)^m}{m!}f^{\{m\}}(x_0) + \cdots. \tag{2.1}$$

Sumber : Rinaldi Munir, 2003

Deret Taylor merupakan penjumlahan dari sejumlah term / suku yang panjangnya tidak berhingga.

2.2. DERET MACLAURIN

Deret Maclaurin atau Deret Taylor Baku merupakan bentuk fungsi hhusus disaat kondisi disaat $x_0 = 0$.

2.3. BEBERAPA CONTOH KASUS

KASUS 2.1.

Gunakan Deret Maclaurin untuk menentukan nilai sin(0,3) !

Penyelesaian :

Langkah penyelesaian masalah kasus ini adalah tentukan Deret Maclaurin menentukan bentuk Deret Taylor lalu menentukan bentuk Deret Maclaurin.

Deret Taylor

Misalkan kita akan membuat Deret Taylor orde 4 artinya kita akan melakukan turunan sebanyak 4 kali. **Ingat : f(x) = sin(x) → f'(x) = cos(x) dan f(x) = cos(x) → f'(x) = -sin(x)**

F(x) = sin (x) maka

f'(x) = cos(x)

f''(x) = -sin(x)

f'''(x) = -cos(x)

$f^{(4)}(x)$ = sin(x)

Masukan hasil turunan diatas ke dalam persamaan (2.1) pada saat $x_0 = 0$ sehingga dihasilkan :

$$\sin(x) = \sin(0) + \frac{(x-0)}{1!}\cos(0) + \frac{(x-0)^2}{2!}(-\sin(0) + \frac{(x-0)^3}{3!}(-\cos(0)) + \frac{(x-0)^4}{4!}\sin(0)$$

Catatan Lagi : sin(0) = 0 dan cos(0) = 1, Sehingga diperoleh

$$\sin(x) = \frac{(x-0)}{1!}\cos(0) + \frac{(x-0)^3}{3!}(-\cos(0))$$

Deret Maclaurin untuk sin(x) adalah

$$\sin(x) = x + \frac{x^3}{3!}$$

Sehingga Deret Maclaurin untuk sin(0,3) adalah :

$$\sin(0{,}3) = 0{,}3 + \frac{0{,}3^3}{3!} = 0{,}3045$$

KASUS 2.2.

Tentukan nilai hampiran untuk cos(0,2) dengan menggunakan Deret Maclaurin pada orde 6 !

Penyelesaian :

Tentukan Deret Maclurin untuk cos(x).

Ingat : f(x) = sin(x) → f'(x) = cos(x) dan f(x) = cos(x) → f'(x) = -sin(x)

F(x) = cos(x)
F'(x) = -sin(x)

F''(x) = -cos(x)
$F^{(3)}(x)$ = sin(x)
$F^{(4)}(x)$ = cos(x)
$F^{(5)}(x)$ = -sin(x)
$F^{(6)}(x)$ = -cos(x)

Sehingga diperoleh Deret Maclaurin

$$\cos(x) = \cos(0) + \frac{(x-0)}{1!} -(\sin(0)) + \frac{(x-0)^2}{2!}(-\cos(0)) + \frac{(x-0)^3}{3!}\sin(0) + \frac{(x-0)^4}{4!}\cos(0) + \frac{(x-0)^5}{5!}(-\sin(0)) + \frac{(x-0)^6}{6!} - (\cos(0))$$

Catatan Lagi : sin(0) = 0 dan cos(0) = 1, Sehingga diperoleh

$$\cos(x) = \cos(0) + \frac{(x-0)^2}{2!}(-\cos(0)) + \frac{(x-0)^4}{4!}\cos(0) + \frac{(x-0)^6}{6!} - (\cos(0))$$

disederhanakan menjadi,

$$\cos(x) = \mathrm{x} - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$$

Sehingga cos (0,2) adalah :

$$\cos(0{,}2) = (0{,}2) - \frac{0{,}2^2}{2!} + \frac{0{,}2^4}{4!} - \frac{0{,}2^6}{6!} = 0{,}020067$$