

Materi-9

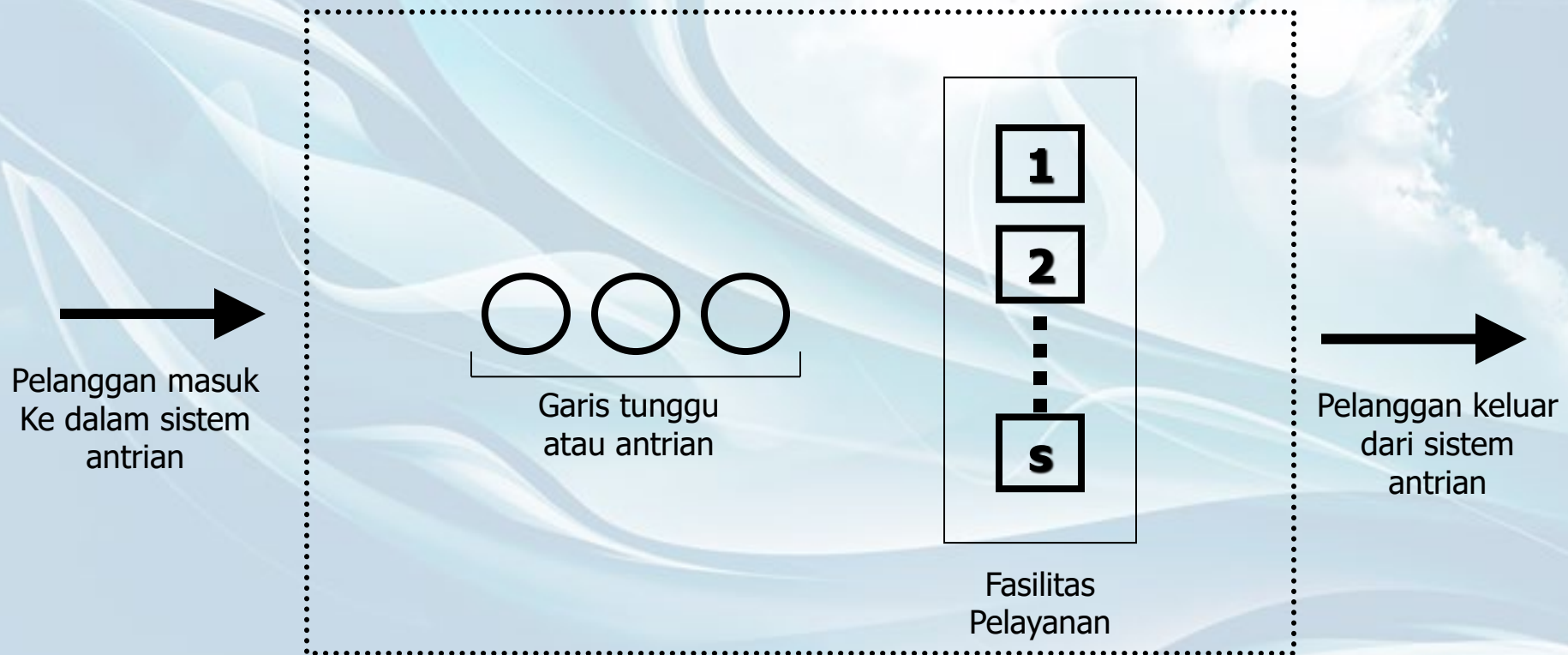
MODEL ANTRIAN

CONTOH ANTRIAN

- Pelanggan menunggu pelayanan di kasir
- Mahasiswa menunggu konsultasi dengan pembimbing
- Mahasiswa menunggu registrasi dan pembayaran SPP
- Penumpang kereta api menunggu pelayanan loket penjualan karcis
- Pengendara kendaraan menunggu pengisian bahan bakar
- Beberapa produk atau komponen menunggu untuk di selesaikan
- dsb

Struktur Model Antrian

1. Garis tunggu atau sering disebut antrian (queue)
2. Fasilitas pelayanan (service facility)



STUKTUR SISTEM ANTRIAN

CONTOH SISTEM ANTRIAN

Sistem	Garis tunggu atau antrian	Fasilitas
1. Lapangan terbang	Pesawat menunggu di landasan	Landasan pacu
2. Bank	Nasabah (orang)	Kasir
3. Pencucian Mobil	Mobil	Tempat pencucian mobil
4. Bongkar muat barang	Kapat dan truk	Fasilitas bongkar muat
5. Sistem komputer	Program komputer	CPU, Printer, dll
6. Bantuan pengobatan darurat	Orang	Ambulance
7. Perpustakaan	Anggota perpustakaan	Pegawai perpustakaan
8. Registrasi mahasiswa	Mahasiswa	Pusat registrasi
9. Skedul sidang pengadilan	Kasus yang disidangkan	Pengadilan

Prosedur Antrian

1. Tentukan sistem antrian yang harus dipelajari
2. Tentukan model antrian yang cocok
3. Gunakan formula matematik atau metode simulasi untuk menganalisa model antrian

Komponen sistem antrian

1. **Populasi masukan**
Berapa banyak pelanggan potensial yang masuk sistem antrian
2. **Distribusi kedatangan**
Menggambarkan jumlah kedatangan per unit waktu dan dalam periode waktu tertentu berturut-turut dalam waktu yang berbeda
3. **Disiplin pelayanan**
Pelanggan yang mana yang akan dilayani lebih dulu : a. FCFS (first come, first served) b. LCFS (last come, first served) c. Acak d. prioritas
4. **Fasilitas Pelayanan**
mengelompokkan fasilitas pelayanan menurut jumlah yang tersedia : a. Single-channel b. multiple-channel
5. **Distribusi Pelayanan**
 - a. Berapa banyak pelanggan yang dapat dilayani per satuan waktu
 - b. Berapa lama setiap pelanggan dapat dilayani
6. **Kapasitas sistem pelayanan**
memaksimumkan jumlah pelanggan yang diperkenankan masuk dalam sistem
7. **Karakteristik sistem lainnya**
pelanggan akan meninggalkan sistem jika antrian penuh, dsb

Notasi dalam sistem antrian

- n = jumlah pelanggan dalam sistem
- P_n = probabilitas kepastian n pelanggan dalam sistem
- λ = jumlah rata-rata pelanggan yang datang persatuan waktu
- μ = jumlah rata-rata pelanggan yang dilayani per satuan waktu
- P_0 = probabilitas tidak ada pelanggan dalam sistem
- ρ = tingkat intensitas fasilitas pelayanan
- L = jumlah rata-rata pelanggan yang diharapkan dlm sistem
- L_q = jumlah pelanggan yang diharapkan menunggu dalam antrian
- W = waktu yang diharapkan oleh pelanggan selama dalam sistem
- W_q = waktu yang diharapkan oleh pelanggan selama menunggu dalam antrian
- $1/\mu$ = waktu rata-rata pelayanan
- $1/\lambda$ = waktu rata-rata antar kedatangan
- S = jumlah fasilitas pelayanan

SINGLE CHANNEL MODEL

Model yang paling sederhana yaitu model saluran tunggal atau sistem M/M/1

1. Populasi input tak terbatas
2. Distribusi kedatangan pelanggan potensial mengikuti distribusi poisson
3. Disiplin pelayanan mengikuti FCFS
4. Fasilitas pelayanan terdiri dari saluran tunggal
5. Distribusi pelayanan mengikuti distribusi poisson
6. Kapasitas sistem diasumsikan tak terbatas
7. Tidak ada penolakan maupun pengingkar

Persamaan

1
$$P = \frac{\lambda}{\mu}$$

2
$$P_n = P^n (1 - P)$$

3
$$L = \frac{P}{1 - P} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda}$$

4
$$L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{P^2}{1 - P}$$

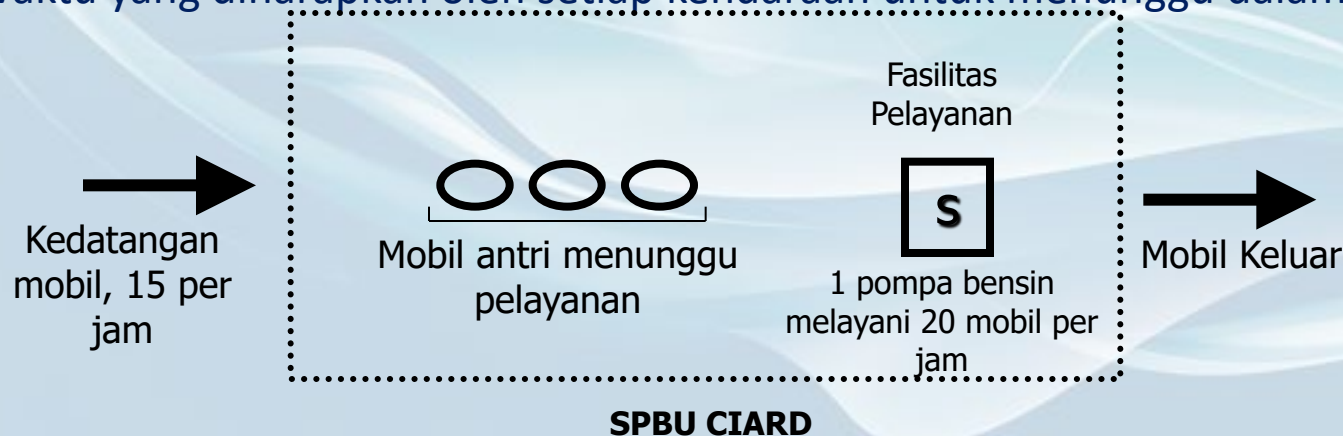
5
$$W = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

6
$$W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)}$$

Contoh

PT CIARD mengoperasikan satu buah pompa bensin dengan satu operator. Rata-rata tingkat kedatangan kendaraan mengikuti distribusi poisson yaitu 20 kendaraan per jam. Operator dapat melayani rata-rata 25 mobil per jam, dengan waktu pelayanan setiap mobil mengikuti distribusi probabilitas eksponensial. Jika diasumsikan model sistem antrian yang digunakan operator tersebut (M/M/1), hitunglah :

1. Tingkat intensitas (kegunaan) pelayanan (ρ)
2. Jumlah rata-rata kendaraan yang diharapkan dalam sistem
3. Jumlah kendaraan yang diharapkan menunggu dalam antrian
4. Waktu yang diharapkan oleh setiap kendaraan selama dalam sistem (menunggu pelayanan)
5. Waktu yang diharapkan oleh setiap kendaraan untuk menunggu dalam antrian



Penyelesaian

$$\lambda = 20 \text{ dan } \mu = 25$$

1. Tingkat intensitas (kegunaan) pelayanan atau p

$$p = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{20}{25} = 0,80$$

Angka tersebut menunjukkan bahwa operator akan sibuk melayani kendaraan selama 80% dari waktunya. Sedangkan 20% dari waktunya ($1 - p$) yang sering disebut idle time akan digunakan operator untuk istirahat, dll

- 2
$$L = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{20}{25 - 20} = 4, \text{ atau}$$

$$L = \frac{p}{1 - p} = \frac{0,80}{1 - 0,80} = 4$$

Angka tersebut menunjukkan bahwa operator dapat mengharapkan 4 mobil yang berada dalam sistem

$$3 \quad L_q = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{(20)^2}{25(25 - 20)} = \frac{400}{125} = 3,20$$

Angka tersebut menunjukkan bahwa mobil yang menunggu untuk dilayani dalam antrian sebanyak 3,20 kendaraan

$$4 \quad W = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{25 - 20} = \frac{1}{25} = 0,20 \text{ jam atau 12 menit}$$

Angka tersebut menunjukkan bahwa waktu rata-rata kendaraan menunggu dalam sistem selama 12 menit

$$5 \quad W_q = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{20}{25(25 - 20)} = \frac{20}{125} = 0,16 \text{ jam atau 9,6 menit}$$

Angka tersebut menunjukkan bahwa waktu rata-rata kendaraan menunggu dalam antrian selama 9,6 menit

Hubungan antara L , Lq , W dan Wq

- $L = \lambda W$
- $Lq = \lambda Wq$
- $W = Wq + 1/\mu$

MULTIPLE-CHANNEL MODEL (M/M/s)

Dalam Multiple-Channel Model, fasilitas yang dimiliki lebih dari satu. Huruf (s) menyatakan jumlah fasilitas pelayanan

Contoh

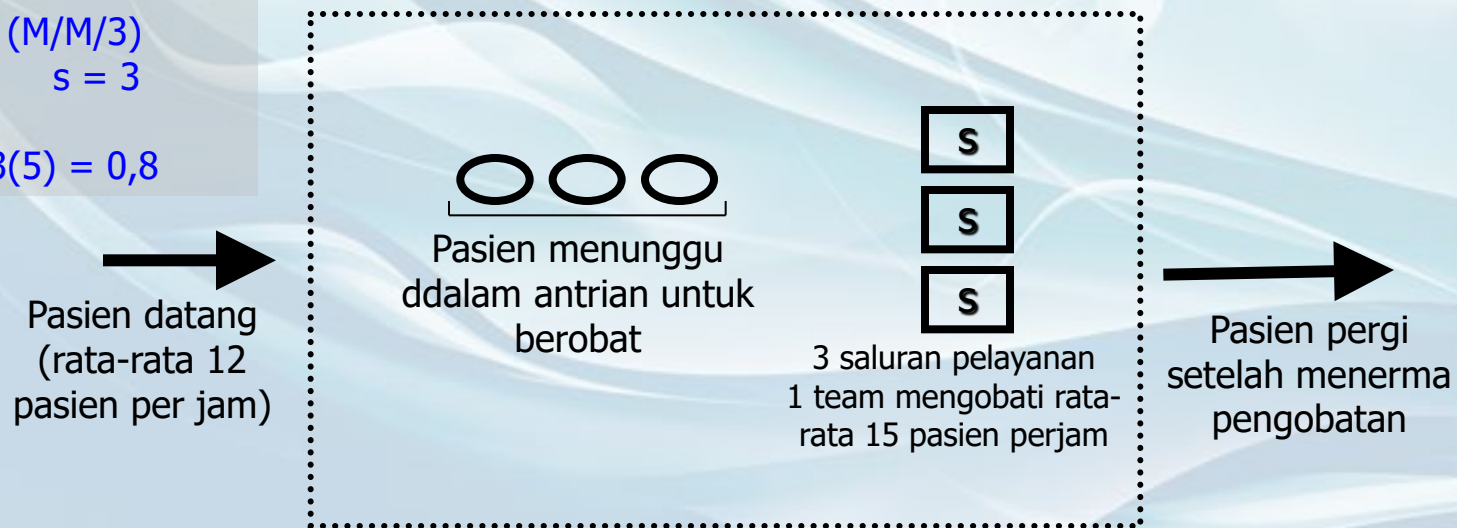
Sebuah rumah sakit memiliki ruang gawat darurat (RGD) yang berisikan tiga bagian ruangan yang terpisah untuk setiap kedatangan pasien. Setiap ruangan memiliki satu orang dokter dan satu orang jururawat. Secara rata-rata seorang dokter dan jururawat dapat merawat 5 orang pasien per jam. Apabila pasien yang dihadapi hanya luka-luka ringan, mereka dapat melayani 12 pasien per jam. Laporan pihak statistik pasien pada rumah sakit tersebut menunjukkan bahwa kedatangan dan penyelesaian pelayanan mengikuti distribusi Poisson.

Sistem : (M/M/3)

$\lambda = 12$ $s = 3$

$\mu = 5$

$\rho = 12/3(5) = 0,8$



Model UGD

μ = rata-rata tingkat pelayanan untuk setiap fasilitas pelayanan

$$p = \frac{\lambda}{\mu s}$$

$$P_o = \left\{ \sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s! \left(1 - \frac{\lambda}{s\mu}\right)} \right\}$$

$$P_n = \begin{cases} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!} (P_o), & \text{jika } 0 \leq n \leq s \\ \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{s! s^{n-s}} (P_o), & \text{jika } n \geq s \end{cases}$$

$$Lq = \frac{P_o \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s p}{s!(1-p)^2} =$$

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

$$W = Wq + \frac{1}{\mu}$$

$$L = \lambda W = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

Penyelesaian

$$Lq = \frac{P_0 \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s p}{s!(1-p)^2} = \frac{0,20 \left(\frac{12}{5}\right)^5 \left(\frac{12}{15}\right)}{3! \left(1 - \frac{12}{15}\right)^2} = \frac{0,20(13,824)(0,80)}{6(0,04)}$$

$$Lq = \frac{2,21184}{0,24} = 9,216 \text{ pasien}$$

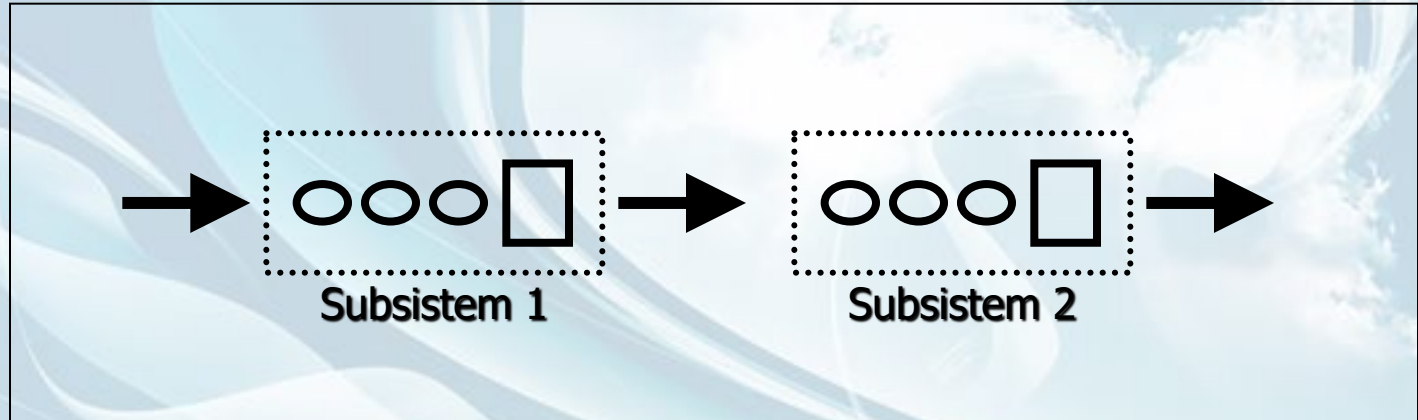
$$Wq = \frac{Lq}{\lambda} = \frac{9,216}{12} = 0,768 \text{ jam atau 46 menit}$$

$$W = Wq + \frac{1}{\mu} = 0,768 + \frac{1}{5} = 0,968 \text{ jam atau 58 menit}$$

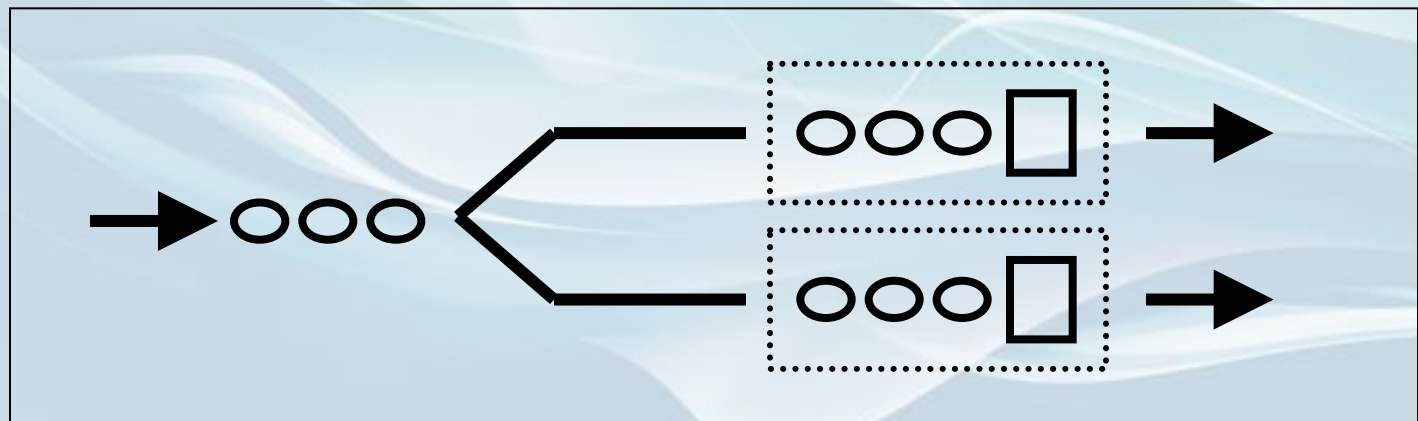
$$L = \lambda W = 12(0,968) = 11,62$$

Model Networks

Sistem Seri



Sistem Paralele



Terima Kasih