

Materi-6

Model Transportasi

MODEL TRANSPORTASI

- Metode yang digunakan untuk mengatur distribusi dari sumber-sumber yang menyediakan produk yang sama, ke tempat-tempat yang membutuhkan secara optimal.
- Metode transportasi digunakan untuk memecahkan masalah bisnis, pembelanjaan modal, alokasi dana untuk investasi, analisis lokasi, keseimbangan lini perakitan dan perencanaan serta scheduling produksi.

Tujuan

1. Suatu proses pengaturan distribusi barang dari tempat yang memiliki atau menghasilkan barang tersebut dengan kapasitas tertentu ke tempat yang membutuhkan barang tersebut dengan jumlah kebutuhan tertentu agar **biaya distribusi dapat ditekan seminimal mungkin**

Lanjutan

2. Berguna untuk memecahkan permasalahan distribusi (alokasi)
3. Memecahkan permasalahan bisnis lainnya, seperti masalah-masalah yang meliputi pengiklanan, pembelanjaan modal (*capital financing*) dan alokasi dana untuk investasi, analisis lokasi, keseimbangan lini perakitan dan perencanaan *scheduling* produksi

Ciri-ciri Penggunaan Metode Transporatasi

1. Terdapat sejumlah sumber dan tujuan tertentu.
2. Kuantitas komoditi/barang yang didistribusikan dari setiap sumber dan yang diminta oleh setiap tujuan besarnya tertentu.
3. Komoditi yang dikirim/diangkut dari suatu sumber ke suatu tujuan besarnya sesuai dengan permintaan dan atau kapasitas sumber.
4. Ongkos pengangkutan komoditi dari suatu sumber ke suatu tujuan besarnya tertentu.

Metode Pemecahan Masalah

1. Tabel Awal (Menentukan solusi feasible awal)
 - Aturan NWC (*Nort West Corner*)
 - Metode INSPEKSI (*Ongkos terkecil*)
 - Metode VAM (*Vogel Approxkimation Method*)
2. Tabel Optimum (Menentukan solusi feasible optimal)
 - Metode *Steppingstone* (batu loncatan)
 - Metode MODI (*Modified Distribution*)

Matriks:

	T1	T2	Tj	S
A1	c_{11} x_{11}	c_{12} x_{12}	c_{1j} x_{1j}	S1
A2	c_{21} x_{21}	c_{22} x_{22}	c_{2j} x_{2j}	S2
:	:	:	:	:
Ai	c_{i1} x_{i1}	c_{i2} x_{i2}	c_{ij} x_{ij}	Si
d	d1	d2		dj	

Keterangan:

Ai = Daerah asal sejumlah i

Si = Supply, Ketersediaan barang yang diangkut di i daerah asal

Tj = Tempat tujuan sejumlah j

dj = Permintaan (*demand*) barang di sejumlah j tujuan

xij = Jumlah barang yang akan diangkut dari Ai ke Tj

cij = Besarnya biaya transport untuk 1 unit barang dari Ai ke Tj

Biaya transport = cij . xi

Jumlah permintaan = Jumlah ketersediaan

METODE NWC (*North West Corner*)

⇒ Merupakan metode untuk menyusun tabel awal dengan cara mengalokasikan distribusi barang mulai dari sel yang terletak pada sudut paling kiri atas.

Aturannya:

- (1) Pengisian sel/kotak dimulai dari ujung kiri atas.
- (2) Alokasi jumlah maksimum (terbesar) sesuai syarat sehingga layak untuk memenuhi permintaan.
- (3) Bergerak ke kotak sebelah kanan bila masih terdapat suplai yang cukup. Kalau tidak, bergerak ke kotak di bawahnya sesuai *demand*. Bergerak terus hingga suplai habis dan *demand* terpenuhi.

Contoh Soal:

Suatu perusahaan mempunyai 3 pabrik produksi dan 5 gudang penyimpanan hasil produksi. Jumlah barang yang diangkut tentunya tidak melebihi produksi yang ada sedangkan jumlah barang yang disimpan di gudang harus ditentukan jumlah minimumnya agar gudang tidak kosong.

Tabel matriks berikut menunjukkan jumlah produksi paling banyak bisa diangkut, jumlah minimum yang harus disimpan di gudang dan biaya angkut per unit barang. Dalam smu (satuan mata uang):

Gudang Pabrik	G1	G2	G3	G4	G5	S
P1	50	80	60	60	30	800
P2	40	70	70	60	50	600
P3	80	40	60	60	40	1100
d	400	400	500	400	800	2500

Prosedur Penyelesaian:

- Isikan kolom mulai kolom di kiri atas (north west) dengan mempertimbangkan batasan persediaan dan permintaannya.
- Selanjutnya isikan pada kolom di sebelah kanannya hingga semua permintaan terpenuhi.

Pabrik/ Gudang	G1	G2	G3	G4	G5	S
P1	50 0	80 0	60 500	60 100	30 0	800
P2	40 0	70 0	70 0	60 300	50 800	600
P3	80	40	60	60	40	1100
d	400	400	500	400	800	

Biaya total:

$$\begin{aligned}
 Z &= (50) 400 + (80) 400 + (70) 500 + (60) 100 + (60) 300 + \\
 &\quad (40) 800 \\
 &= 1.430.000
 \end{aligned}$$

Metode Inpeksi (Matrik Minimum)

- Merupakan metode untuk menyusun tabel awal dengan cara pengalokasian distribusi barang dari sumber ke tujuan mulai dari sel yang memiliki biaya distribusi terkecil
- Aturannya
 1. Pilih sel yang biayanya terkecil
 2. Sesuaikan dengan permintaan dan kapasitas
 3. Pilih sel yang biayanya satu tingkat lebih besar dari sel pertama yang dipilih
 4. Sesuaikan kembali, cari total biaya

Contoh

Pabrik/ Gudang	G1	G2	G3	G4	G5	S
P1	50 0	80 0	60 0	60 0	30 800	800
P2	40 400	70 0	70 0	60 200	50 0	600
P3	80 0	40 400	60 500	60 200	40 0	1100
d	400	400	500	400	800	

- Biaya Total = $(800 \times 30) + (400 \times 40) + (400 \times 40) + (60 \times 200) + (60 \times 500) + (60 \times 200)$
= 1.100.000

Metode VAM (*Vogel Approximation Method*)

- Metode VAM lebih sederhana penggunaannya, karena tidak memerlukan closed path (jalur tertutup). Metode VAM dilakukan dengan cara mencari selisih biaya terkecil dengan biaya terkecil berikutnya untuk setiap kolom maupun baris. Kemudian pilih selisih biaya terbesar dan alokasikan produk sebanyak mungkin ke sel yang memiliki biaya terkecil. Cara ini dilakukan secara berulang hingga semua produk sudah dialokasikan .

Prosedur Pemecahan:

- (1) Hitung perbedaan antara dua biaya terkecil dari setiap baris dan kolom.
- (2) Pilih baris atau kolom dengan nilai selisih terbesar, lalu beri tanda kurung. Jika nilai pada baris atau kolom adalah sama, pilih yang dapat memindahkan barang paling banyak.
- (3) Dari baris/kolom yang dipilih pada (2), tentukan jumlah barang yang bisa terangkut dengan memperhatikan pembatasan yang berlakubagi baris atau kolomnya serta sel dengan biaya terkecil.
- (4) Hapus baris atau kolom yang sudah memenuhi syarat sebelumnya (artinya suplai telah dapat terpenuhi).
- (5) Ulangi langkah (1) sampai (4) hingga semua alokasi terpenuhi.

Contoh Soal

Pabrik/ Gudang	G1	G2	G3	G4	G5	S	I
P1	50	80 0	60	60	30	800	$50 - 30 = 20$
P2	40	70 0	70	60	50	600	$50 - 40 = 10$
P3	80	40 400	60	60	40	1100	$40 - 40 = 0$
d	400	400	500	400	800		
I	$50 - 40 = 10$	$70 - 40 = 30$	$60 - 60 = 0$	$60 - 60 = 0$	$40 - 30 = 10$		

Terbesar

Pabrik/ Gudang	G1	G2	G3	G4	G5	S	II
P1	50 0	80 0	60 0	60 0	30 800	800	50-30= 20
P2	40	70 0	70	60	50 0	600	50-40= 10
P3	80	40 400	60	60	40 0	1100 (700)	60-40= 20
d	400	400	500	400	800		
II	50-40= 10	0	60-60= 0	60-60= 0	40-30= 10		

Pabrik/ Gudang	G1	G2	G3	G4	G5	S	III
P1	50 0	80 0	60 0	60 0	30 800	800	0
P2	40 400	70 0	70	60	50 0	600 200	60-40= 30
P3	80 0	40 400	60	60	40 0	1100 (700)	60-60= 0
d	400	400	500	400	800		
III	80-40= 40	0	70-60= 10	60-60= 10	0		

Pabrik/ Gudang	G1	G2	G3	G4	G5	S	IV
P1	50 0	80 0	60 0	60 0	30 800	800	0
P2	40 400	70 0	70 0	60 200	50 0	600 (200)	70-60= 10
P3	80 0	40 400	60 500	60 200	40 0	1100 (700)	60-60= 0
d	400	400	500	400	800		
IV	0	0	70-60= 10	60-60= 10	0		

- Biaya Total = $(400.40) + (800.30) + (400.40) + (500.60) + (200.60) + (200.60) = 1.100.000$

Tugas

- Sebuah Perusahaan memproduksi Suatu Suku Cadang yang disetorkan kepada empat produsen mesin yaitu I, II, III dan IV. Suku cadang tersebut pada masing-masing cabang usaha perusahaan yang tersebar di tiga tempat yaitu A, B dan C. karena perbedaan efisiensi pada masing-masing tempat maka terjadi perbedaan biaya produksinya, yaitu biaya untuk memproduksi satu unit suku cadang di A adalah Rp 1,10 dan di B dan C Rp 1,03. Disamping itu, kapasitas produksi per bulan pada masing-masing tempat juga berbeda yaitu A = 7500 unit, B = 10000 unit dan C = 8500 unit. Permintaan suku cadang dari keempat produsen mesin itu adalah I = 4200 unit, II = 8300 unit, III = 6300 unit dan IV = 7200 unit.

Tugas (lanjut)

- Biaya untuk mengirim satu unit suku cadang dari tiga cabang keempat produsen mesin itu Adalah :

	I	II	III	IV
A	0.12	0.14	0.08	0.21
B	0.13	0.17	0.10	0.16
C	0.15	0.12	0.12	0.14

METODE MODI

- **METODE MODI** merubah alokasi produk untuk mendapatkan alokasi produksi yang optimal menggunakan suatu indeks perbaikan yang berdasarkan pada nilai baris dan nilai kolom. Cara untuk penentuan nilai baris dan nilai kolom menggunakan persamaan:

METODE MODI

$$R_i + K_j = C_{ij}$$

dimana:

R_i = nilai baris ke i ,

K_j = nilai kolom ke j ,

C_{ij} = biaya pengangkutan 1 unit barang dari sumber i ke tujuan j .

METODE MODI

- Pedoman prosedur alokasi tahap pertama menggunakan prosedur pedoman sudut barat laut (*North West Corner rule*). Untuk metode MODI ada syarat yang harus dipenuhi, yaitu banyaknya kotak terisi harus sama dengan banyaknya baris ditambah banyaknya kolom dikurang satu.

METODE MODI

CONTOH SOAL

- Suatu perusahaan mempunyai tiga pabrik di W, H, O. Dengan kapasitas produksi tiap bulan masing-masing 90 ton, 60 ton, dan 50 ton; dan mempunyai tiga gudang penjualan di A, B, C dengan kebutuhan tiap bulan masing-masing 50 ton, 110 ton, dan 40 ton. Biaya pengangkutan setiap ton produk dari pabrik W, H, O ke gudang A, B, C adalah sebagai berikut:

METODE MODI (Lanjutan)

Dari	Biaya tiap ton (dalam ribuan Rp.)		
	Ke Gudang A	Ke Gudang B	Ke Gudang C
<u>Pabrik W</u>	20	5	8
<u>Pabrik H</u>	15	20	10
<u>Pabrik O</u>	25	10	19

Tentukan alokasi hasil produksi dari pabrik – pabrik tersebut ke gudang – gudang penjualan dengan biaya pengangkutan terendah.

1. Isilah tabel pertama dari sudut kiri atas

Dari	<u>Biaya tiap ton ke gudang (000 Rp.)</u>			<u>Kapasitas Pabrik</u>
	<u>Gudang A</u>	<u>Gudang B</u>	<u>Gudang C</u>	
<u>Pabrik W</u>	50 $\xrightarrow{20}$ 40	5	8	90
<u>Pabrik H</u>	15	60 \downarrow 20	10	60
<u>Pabrik O</u>	25	10 \rightarrow 40	19	50
<u>Kebutuhan gudang</u>	50	110	40	200

Biaya pengangkutan untuk alokasi tahap pertama sebesar
 $= 50 (20) + 40 (5) + 60 (20) + 10 (10) + 40 (19) = 3260.$

2. Menentukan nilai baris dan kolom

- Baris pertama selalu diberi nilai nol
Nilai baris $W = R_w = 0$
- Nilai baris yang lain dan nilai semua kolom ditentukan berdasarkan persamaan

$$R_i + K_j = C_{ij}$$

$$R_W + K_A = C_{WA} \longrightarrow 0 + K_A = 20 \longrightarrow K_A = 20 = \text{nilai kolom A}$$

$$R_W + K_B = C_{WB} \longrightarrow 0 + K_B = 5 \longrightarrow K_B = 5 = \text{nilai kolom B}$$

$$R_H + K_B = C_{HB} \longrightarrow R_H + 5 = 20 \longrightarrow R_H = 15 = \text{nilai baris H}$$

$$R_O + K_B = C_{OB} \longrightarrow R_O + 5 = 10 \longrightarrow R_O = 5 = \text{nilai baris O}$$

$$R_O + K_C = C_{OC} \longrightarrow 5 + K_C = 19 \longrightarrow K_C = 14 = \text{nilai kolom C}$$

3. Menghitung indeks perbaikan dan memilih titik tolak perbaikan.

Indeks perbaikan adalah nilai dari kotak yang kosong. Memilih titik tolak perubahan:

<u>Kotak</u>	<u>Indeks Perbaikan = $C_{ij} - R_i - K_j$</u>
WC	$8 - 0 - 14 = -6$
HA	$15 - 15 - 20 = -20 \longrightarrow$ titik tolak perubahan
HC	$10 - 15 - 14 = -19$
OA	$25 - 5 - 20 = 0$

- Kotak yang mempunyai indeks perbaikan negatif berarti bila diberi alokasi akan mengurangi jumlah biaya pengangkutan. Bila nilainya positif berarti pengisian akan menyebabkan kenaikan biaya pengangkutan
- Kotak yang merupakan titik tolak perubahan adalah kotak yang indeksinya bertanda negatif dan angkanya besar. Dalam contoh ternyata yang memenuhi syarat adalah kotak HA dengan nilai -20.

Memperbaiki Alokasi

Dari	<u>Biaya tiap ton ke gudang (000 Rp.)</u>			<u>Kapasitas Pabrik</u>
	<u>Gudang A</u>	<u>Gudang B</u>	<u>Gudang C</u>	
<u>Pabrik W</u>	20	5	8	90
<u>Pabrik H</u>	15	20	10	
<u>Pabrik O</u>	25	10	19	50
<u>Kebutuhan gudang</u>	50	110	40	200

Biaya pengangkutan untuk alokasi tahap kedua sebesar = 90
 $(5) + 50 (15) + 10 (20) + 10 (10) + 40 (19) = 2260$

4. Ulangi langkah – langkah tersebut diatas, mulai langkah 2 sampai diperolehnya biaya terendah, yaitu bila sudah tidak ada lagi indeks yang negatif.

$$R_W = 0$$

$$R_W + K_B = C_{WB} \longrightarrow 0 + K_B = 5 \longrightarrow K_B = 5 = \text{nilai kolom B}$$

$$R_H + K_B = C_{HB} \longrightarrow R_H + 5 = 20 \longrightarrow R_H = 15 = \text{nilai baris H}$$

$$R_H + K_A = C_{HA} \longrightarrow 15 + K_A = 15 \longrightarrow K_A = 0 = \text{nilai kolom A}$$

$$R_O + K_B = C_{OB} \longrightarrow R_O + 5 = 10 \longrightarrow K_B = 5 = \text{nilai baris O}$$

$$R_O + K_C = C_{OC} \longrightarrow 5 + K_C = 19 \longrightarrow K_C = 14 = \text{nilai kolom C}$$

Indeks perbaikan adalah nilai dari kotak yang kosong.

<u>Kotak</u>	<u>Indeks Perbaikan = $C_{ij} - R_i - K_j$</u>
--------------	---

WA	$20 - 0 - 0 = 20$
----	-------------------

WC	$8 - 0 - 14 = -6$
----	-------------------

HC	$10 - 15 - 4 = -19 \longrightarrow$ titik tolak perubahan
----	---

OA	$25 - 5 - 0 = 20$
----	-------------------

Alokasi Baru

Dari	<u>Biaya tiap ton ke gudang (000 Rp.)</u>			<u>Kapasitas Pabrik</u>
	<u>Gudang A</u>	<u>Gudang B</u>	<u>Gudang C</u>	
<u>Pabrik W</u>	20	5	8	90
<u>Pabrik H</u>	15	20	10	60
<u>Pabrik O</u>	25	10	19	50
<u>Kebutuhan gudang</u>	50	110	40	200

Allocation flow details:
 - Pabrik W: 90 units to Gudang B
 - Pabrik H: 50 units to Gudang A, 10 units to Gudang C
 - Pabrik O: 20 units to Gudang B, 30 units to Gudang C
 - Gudang B: 10 units from Gudang H, 20 units from Gudang O

Biaya pengangkutan untuk alokasi tahap ketiga sebesar = $90 (5) + 50 (15) + 10 (10) + 20 (10) + 30 (19) = 2070$

$$R_W = 0$$

$$R_W + K_B = C_{WB} \longrightarrow 0 + K_B = 5 \longrightarrow K_B = 5 = \text{nilai kolom B}$$

$$R_O + K_B = C_{OB} \longrightarrow R_O + 5 = 10 \longrightarrow R_O = 5 = \text{nilai baris H}$$

$$R_O + K_C = C_{OC} \longrightarrow 5 + K_C = 19 \longrightarrow K_C = 14 = \text{nilai kolom C}$$

$$R_H + K_C = C_{HC} \longrightarrow R_H + 14 = 10 \longrightarrow R_H = -4 = \text{nilai baris H}$$

$$R_H + K_A = C_{HA} \longrightarrow -4 + K_A = 15 \longrightarrow K_A = 19 = \text{nilai kolom A}$$

Indeks perbaikan adalah nilai dari kotak yang kosong.

Kotak

Indeks Perbaikan = $C_{ij} - R_i - K_j$

WA $20 - 0 - 19 = 1$

WC $8 - 0 - 14 = -6 \longrightarrow$ titik tolak perubahan

HB $20 - (-4) - 5 = 19$

OA $25 - 5 - 19 = 1$

Alokasi Baru

<u>Dari</u>	<u>Biaya tiap ton ke gudang (000 Rp.)</u>			<u>Kapasitas Pabrik</u>
	<u>Gudang A</u>	<u>Gudang B</u>	<u>Gudang C</u>	
<u>Pabrik W</u>	20	5	8	90
<u>Pabrik H</u>	50	20	10	60
<u>Pabrik O</u>	25	10	19	50
<u>Kebutuhan gudang</u>	50	110	40	200

Biaya pengangkutan untuk alokasi tahap keempat sebesar = $60 (5) + 30 (8) + 50 (15) + 10 (10) + 50 (10) = 1890$

$$R_W = 0$$

$$R_W + K_B = C_{WB} \longrightarrow 0 + K_B = 5 \longrightarrow K_B = 5 = \text{nilai kolom B}$$

$$R_W + K_C = C_{WC} \longrightarrow 0 + K_C = 8 \longrightarrow K_C = 8 = \text{nilai kolom C}$$

$$R_H + K_C = C_{HC} \longrightarrow R_H + 8 = 10 \longrightarrow R_H = 2 = \text{nilai baris H}$$

$$R_H + K_A = C_{HA} \longrightarrow 2 + K_A = 15 \longrightarrow K_A = 13 = \text{nilai kolom A}$$

$$R_O + K_B = C_{OB} \longrightarrow R_O + 5 = 10 \longrightarrow R_O = 5 = \text{nilai baris O}$$

Indeks perbaikan adalah nilai dari kotak yang kosong.

<u>Kotak</u>	<u>Indeks Perbaikan = $C_{ij} - R_i - K_j$</u>
WA	$20 - 0 - 13 = 7$
HB	$20 - 2 - 5 = 13$
OA	$25 - 5 - 13 = 7$
OC	$19 - 5 - 8 = 6$

Alokasi tahap keempat merupakan alokasi optimal karena indeks perbaikan pada kotak kosong sudah tidak ada yang bernilai negatif.