

## TURUNAN FUNGSI(jemakmun)

### ➤ Definisi Turunan

Turunan fungsi ( diferensial ) adalah fungsi lain dari suatu fungsi sebelumnya, misalnya fungsi  $f$  menjadi  $f'$  yang mempunyai nilai tidak beraturan.

### ➤ Notasi Turunan

Untuk menyatakan turunan pertama dari fungsi  $y = f(x)$  dapat digunakan salah satu di antara notasi berikut:

$$f'(x) \text{ atau } y' \text{ atau } \frac{d f(x)}{dx} \text{ atau } \frac{dy}{dx}$$

### ➤ Teorema-teorema umum turunan fungsi aljabar

- $f(x) = c$ , maka  $f'(x) = 0$ ,  $c$  konstanta

- $f(x) = ax^n$ , maka  $f'(x) = n ax^{n-1}$

- jika  $u = f(x)$  dan  $v = g(x)$

$$h(x) = u + v, \text{ maka } h'(x) = u' + v'$$

$$h(x) = u - v, \text{ maka } h'(x) = u' - v'$$

$$h(x) = uv, \text{ maka } h'(x) = u'v + v'u$$

$$h(x) = \frac{u}{v}, \text{ maka } h'(x) = \frac{u'v - v'u}{v^2}, \text{ dimana } v \neq 0$$

$$h(x) = u^n, \text{ maka } h'(x) = nu^{n-1} \cdot u'$$

### CONTOH SOAL- SOAL TURUNAN

1.  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 + 5x^3 - 7x + 1 \rightarrow f'(x) = 2x^3 + 15x^2 - 7$

2.  $f(x) = 3\sqrt{x} \rightarrow f(x) = 3x^{\frac{1}{2}} \rightarrow f'(x) = x^{-\frac{1}{2}} \rightarrow \frac{3}{2\sqrt{x}}$

3.  $f(x) = (2x + 5)(x^3 - 3x + 5) \rightarrow f(x) = 2x^4 - 6x^2 + 10x + 5x^3 - 15x + 25$   
 $f(x) = 2x^4 + 5x^3 - 6x^2 - 5x + 25$   
 $f'(x) = 8x^3 + 15x^2 - 12x - 5$

4.  $f(x) = \frac{x+3}{5-x^2} \rightarrow U = x + 3, V = 5 - x^2$

$$U' = 1 \text{ dan } V' = -2x$$

$$f'(x) = \frac{U'V - V'U}{V^2} \rightarrow f'(x) = \frac{1(5-x^2) - (-2x)(x+3)}{(5-x^2)^2}$$

---

$$f'(x) = \frac{5 - x^2 + 2x^2 - 6x}{25 - 10x^2 + x^4} \rightarrow f'(x) = \frac{x^2 - 6x + 5}{x^4 - 10x - 25}$$

$$5. f(x) = 2x^5 - \frac{1}{2} \sin x \rightarrow f'(x) = 10x^4 - \frac{1}{2} \cos x$$

$$6. f(x) = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow U = \sin x, U' = \cos x, V = \cos x, V' = -\sin x$$

$$f'(x) = \frac{U'V - V'U}{V^2} \rightarrow f'(x) = \frac{(\cos x \cdot \cos x) - (-\sin x \cdot \sin x)}{(\cos x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x}$$

$$= \frac{1}{\cos^2 x} = \sec^2 x$$

### ➤ Penggunaan Turunan

Untuk menentukan interval fungsi  $f(x)$  naik atau turun adalah:

#### ❖ Fungsi Naik

Jika  $f'(x) > 0$  maka fungsi  $f$  naik

#### ❖ Fungsi Turun

Jika  $f'(x) < 0$  maka fungsi  $f$  turun

$f'(x) = 0$  maka fungsi  $f$  tidak naik dan tidak turun (stasioner)

#### Jika Contoh Soal

1. Tentukan interval-interval dari fungsi  $f(x) = x^2 - 4x$  agar fungsi:

a. Naik

b. Turun

2. Ditetapkan  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 - 5x + 10$  tentukan interval agar:

a. Naik

(  $x < -1$  atau  $x > 5$  )

b. Turun

(  $-1 < x < 5$  )

#### ❖ Persamaan Garis Singgung pada Kurva

Persamaan garis singgung pada kurva  $y = f(x)$  di titik  $(x_1, y_1)$  dengan gradien  $m$ ,

dimana  $m = f'(x_1)$  atau  $m = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=x_1}$  adalah:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

misalkan ada 2 buah garis:

$$g \equiv y = m_1x + n_1$$

$$h \equiv y = m_2x + n_2$$

jika garis g sejajar garis h maka: gradien garis g = gradien garis h ( $m_1 = m_2$ )

jika garis g tegak lurus garis h maka: ( $m_1 \cdot m_2 = -1$ )

### **Contoh Soal**

1. Tentukan gradien garis singgung dari fungsi  $f(x) = x^3 - 3x^2$  di titik  $(-2, -20)$ ! (24)
  2. Persamaan garis singgung kurva  $y = x^2 - 4x$  di titik  $(4,0)$  adalah! ( $y = 4x - 16$ )
  3. Persamaan garis singgung grafik  $y = x^2 - 4x + 3$  yang sejajar dengan garis  $y = 2x + 3$  adalah! ( $y = 2x - 6$ )
-

**SOAL-SOAL YANG HARUS DIKERJAKAN DAN JAWABAN HARUS  
DIKIRIMKAN SEBELUM BATAS WAKTUNYA**

1. Tentukan turunan pertama dari fungsi berikut:
    - a.  $F(x) = 3x^5 - 12x^3 + 5x - 4$
    - b.  $F(x) = (x + 2)(2x - 7)$
    - c.  $F(x) = \frac{x-5}{4x+2}$
    - d.  $F(x) = (2x + 3)^3$
  
  2. Carilah turunan fungsi-fungsi di bawah ini, kemudian carilah nilai fungsi turunan tersebut untuk nilai  $x$  yang diberikan:
    - a.  $F(x) = x^3 - 5x^2 + 3x + 4$  untuk  $x = 2$
    - b.  $F(x) = (2x + 5)(3x - 2)$  untuk  $x = -1$
  
  3. Tentukan gradien dan kemudian persamaan garis singgung setiap kurva berikut ini pada titik yang diketahui:
    - a.  $Y = x^2 - 4x$  di titik  $(-1, 6)$
    - b.  $Y = 3x$  di titik  $(2, 6)$
  
  4. Carilah persamaan garis singgung pada kurva  $y = x^2 - 3x + 3$  yang:
    - a. Tegak lurus  $y = x + 6$
    - b. Sejajar  $5x + y = 1$
-