

PERSAMAAN KUADRAT

Ada 3 cara dalam menyelesaikan persamaan kuadrat, yaitu :

1. Penyelesaian dengan faktor
2. Penyelesaian dengan melengkapi kuadrat
3. Penyelesaian dengan rumus

Penyelesaian dengan faktor

Contoh :

$$x^2 + 5x - 14 = 0$$

Persamaan diatas dapat difaktorkan menjadi :

$$(x + 7)(x - 2) = 0$$

Sehingga didapat hasil

$$x + 7 = 0 \text{ atau } x - 2 = 0$$

$$\text{yaitu } x = -7 \text{ atau } x = 2$$

Sebelum menyelesaikan persamaan kuadrat dengan pemfaktoran, terlebih dahulu kita harus mengujinya terlebih dahulu dengan rumus $(b^2 - 4ac) = \text{kuadrat sempurna}$.

Misal : $x^2 + 8x + 15$, $(b^2 - 4ac) = 4$, yaitu 2^2

$$a = 1, b = 8, c = 15, \text{ sehingga } b^2 - 4ac = 8^2 - 4(1)(15) = 64 - 60 = 4 = 2^2$$

Akan tetapi bila $x^2 + 8x + 20$

$$a = 1, b = 8, c = 20, \text{ sehingga } b^2 - 4ac = 8^2 - 4(1)(20) = 64 - 80 = -16$$

= bukan kuadrat sempurna, sehingga tidak bisa ditulis dengan pemfaktoran

Penyelesaian dengan melengkapi kuadrat

Contoh : Selesaikan $x^2 - 6x - 4 = 0$; $a = 1, b = -6, c = -4$

$$b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4(1)(-4) = 36 + 16 = 54$$

= bukan kuadrat sempurna, sehingga tidak bisa difaktorkan

Penyelesaian :

$$x^2 - 6x - 4 = 0$$

Pindahkan -4 ke ruas sebelah kanan, sehingga menjadi

$$x^2 - 6x = 4$$

Tambahkan masing-masing ruas dengan kuadrat setengah koefisien x

$$\left[\frac{1}{2}(-6) = -3 = -3^2\right]$$

Sehingga menjadi

$$x^2 - 6x + (-3)^2 = 4 + (-3)^2$$

$$x^2 - 6x + 9 = 4 + 9$$

$$x^2 - 6x + 9 = 13$$

$x^2 - 6x + 9$ dijadikan pemfaktoran

$$\therefore (x - 3)^2 = 13$$

$$\therefore x - 3 = \pm\sqrt{13}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{13} = 3 \pm 3,6056 \quad \therefore x = 6,606 \text{ atau } -0,606$$

Penyelesaian dengan rumus

Secara umum persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, dapat dicari dengan menggunakan rumus :

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Contoh :

Selesaikan persamaan $2x^2 - 3x - 4 = 0$, $a = 2$, $b = -3$, $c = -4$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4(2)(-4)}}{2(2)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 32}}{4} = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{4} = \frac{3 \pm 6,403}{4}$$

$$x = \frac{-3,403}{4} \text{ atau } \frac{9,403}{4} ; \therefore x = -0,851 \text{ atau } 2,351$$

Persamaan Kubik yang mempunyai minimal satu faktor linier pada persamaan aljabar

Selesaikan persamaan kubik berikut :

$$2x^3 - 11x^2 - 18x - 8$$

Langkah pertama adalah memasukkan nilai x sehingga didapat sisa nol dengan pembagian $(x - k)$. Kita evaluasi $f(1)$, $f(-1)$, $f(2)$ dan seterusnya

$$f(1) \rightarrow 2(1)^3 - 11(1)^2 - 18(1) - 8 = 1 \text{ (bukan faktor dari } f(x) \text{)}$$

$$f(-1) \rightarrow 2(-1)^3 - 11(-1)^2 - 18(-1) - 8 = -39 \text{ (bukan faktor dari } f(x) \text{)}$$

$$f(2) \rightarrow 2(2)^3 - 11(2)^2 - 18(2) - 8 = 0 \text{ (faktor dari } f(x) \text{)}$$

Sehingga kita membagi $f(x)$ dengan $(x - 2)$ untuk menentukan faktor sisa

$$\begin{array}{r} (x-2)\sqrt{2x^3 - 11x^2 - 18x - 8} = 2x^2 - 7x + 4 \\ \underline{2x^3 - 4x^2} \\ -7x^2 + 18x \\ \underline{-7x^2 + 14x} \\ 4x - 8 \\ \underline{4x - 8} \\ - \end{array}$$

$\therefore f(x) = (x - 2)(2x^2 - 7x + 4)$ dan persamaan kubik sekarang ditulis,

$$(x - 2)(2x^2 - 7x + 4) = 0$$

Yang memberikan hasil $x - 2 = 0$ atau $2x^2 - 7x + 4 = 0$

$2x^2 - 7x + 4 = 0$ dapat dicari dengan menggunakan rumus

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Sehingga didapat $x = 2$ atau $x = 0,719$ atau $x = 2,781$

Persamaan Kuartik yang mempunyai minimal dua faktor linier pada persamaan aljabar

Selesaikan persamaan berikut :

$$4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + x - 10 = 0$$

- a. Tunjukkan fungsi dalam bentuk jaringan

$$f(x) = \{[(4x - 19)x + 24x]x + 1\}x - 10$$

- b. Tentukan $f(1), f(-1), f(2)$ dan sebagainya sehingga didapat $f(x) = 0$

Dalam hal ini didapat $f(1) = 0 \therefore (x - 1)$ adalah faktor $f(x)$

$$x - 1 \sqrt{4x^4 - 19x^3 + 24x^2 + x - 10} = 4x^3 - 15x^2 + 9x + 10$$

$$\begin{array}{r} 4x^4 - 4x^3 \\ \hline \end{array}$$

$$-15x^3 + 24x^2$$

$$\begin{array}{r} -15x^3 + 15x^2 \\ \hline \end{array}$$

$$9x^2 + x$$

$$\begin{array}{r} 9x^2 - 9x \\ \hline \end{array}$$

$$10x - 10$$

$$\begin{array}{r} 10x - 10 \\ \hline \end{array}$$

-

$$\therefore f(x) = (x - 1)(4x^3 - 15x^2 + 9x + 10) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ atau } 4x^3 - 15x^2 + 9x + 10 = 0, \text{ yaitu } f(x) = 0$$

$$f(x) = 4x^3 - 15x^2 + 9x + 10 = [(4x - 15)x + 9]x + 10$$

Tentukan kembali $f(1), f(-1), f(2)$ dan sebagainya sehingga didapat $f(x) = 0$, dalam hal ini di dapat $f(2) = 0 \therefore (x - 2)$ adalah faktor $f(x)$

Pembagian $f(x)$ dengan $(x - 2)$, memberikan $(4x^2 - 7x - 5)$

$$\text{Sehingga didapat } f(x) = (x - 1)(x - 2)(4x^2 - 7x - 5)$$

$$\therefore x = 1, x = 2, x = -0,545, x = 2,295$$