**MENENTUKAN RELASI PARAMETER-PARAMETER UNTUK MODEL DISTRIBUSI DERET PANGKAT**

**Jemakmun**

*Jurusan Teknik Informatika Universitas Binadarma Palembang*

*Jalan Jend A Yani No.12 Palembang (30264)*

*Email;* *Jemakmun\_ckp@yahoo.com*

***Abstrak:*** Suatu deret bilangan, f(z) = a0+a1z+a2z2+a3z3+... = , ax >0, z>0 merupakan deret pangkat dengan suku-sukunya terhitung. Apabila f(z) berhingga (Positip) dan terdefrensial, maka bentuk P(x) = , akan selalu bernilai positip untuk setiap sukunya, sehingga 0P(x) 1 dan =1, dimana selanjutnya P(x) disebut distribusi deret pangkat. Pada penelitian ini parameter-parameter distribusi deret pangkat yang akan dibahas antara lain ; Nilai Harapan (Mean), Varian, Moment, moment central, faktorial moment, fungsi pembangkit moment, fungsi pembangkit faktorial moment, dilanjutkan dengan relasi antara parameter-parameter tersebut yaitu; relasi antara moment-moment, relasi antara moment central-moment central dan relasi antara faktorial moment-faktorial moment.

***Kata kunci*:** distribusi deret pangkat, moment, moment central dan faktorial moment

**1.PENDAHULUAN**

Ilmu Statistika pada dasarnya terbagi atas metode statistika, teori sampling, statistika terapan, statistika matematika serta teori peluang yang mana umumnya didukung oleh matematika khususnya analisis dan kalkulus yang banyak ditemui dalam bentuk deret pangkat a0+a1z+a2z2+a3z3+...= dan banyak digunakan untuk membahas mengenai distribusi deret pangkat atau fungsi distribusi diskrit . Pada fungsi matematika yang kontinyu, dengan menerapkan teorema dan sifat turunan deret Mclourent dan deret Taylor dapat didekati menjadi suatu fungsi yang bersifat diskrit baik yang hingga maupun takhingga sehingga akan dapat membentuk suatu distribusi deret pangkat. Pada penelitian terdahulu sudah dibahas mengenai parameter distribusi deret pangkat (Jemakmun, 1998), Sehubungan dengan hal ini maka penulis mencoba membahas lanjutan penelitian diatas dengan tema relasi antara parameter-parameter distribusi deret pangkat.

Masalah yang akan dibahas dalan penelitian ini hanya difokuskan pada distribusi deret pangkat yang berhubungan dengan parameter-parameternya antara lain; mean, varian, moment, moment central, faktorial moment. Tujuan penelitian mencari relasi antara moment-moment, relasi antara moment central-moment central dan relasi antara faktorial moment-faktorial moment. Manfaat penelitian dengan mengetahui relasai antara parameter-parameter distribusi deret pangkat ini kita dapat dengan mudah mencari parameter yang akan dicari menggunakan teorema atau rumus yang didapatkan tanpa harus kembali ke definisi dan menggunakan deret pangkat lagi.

**2. METODE**

Pada penelitian ini merupakan suatu penelitian studi pustaka dan kajian literatur bidang statistik matematika, dalam penelitian ini langkah-langkah kerja yang penulis lakukan adalah dengan menerapkan dan mengaplikasikan definisi-definisi dan teorema-teorema dasar dari statistika dasar dan statistik matematika supaya dapat mendukung dan membantu dalam proses pembahasan dan pemecahan masalah relasi antara moment-moment, relasi antara moment central-moment central dan relasi antara faktorial moment-faktorial moment untuk distribusi deret pangkat, definisi-definisi dan teorema-teorema tersebut antara lain.

*Definisi;* Suatu deret bilangan; a0+a1z+a2z2+a3z3+...= , ax >0, z>0 merupakan deret pangkat dengan suku-sukunya terhitung. (1)

*Definisi* ; Jika himpunan semua kemungkinan nilai variable acak X adalah himpunan countable, hingga x1 , x2 , x3 ,….., xn , atau takhingga x1 , x2 , x3 ,…., maka X, disebut Variabel Acak Diskrit. Maka fungsi f(x) = P(X=x), x = x1 , x2 , x3 ,…, yang dianggap peluang untuk setiap himpunan nilai X, yang akan disebut Fungsi Peluang Densitas Diskrit ( pdf deskrit ) (2)

*Teorema;* Suatu fungsi P(x) adalah suatu fungsi peluang jika dan hanya jika memenuhi sifat-sifat berikut:

 , untuk semua x ,

dan jika x€(x1, x2 , x3, ….) (3)

*Definisi*; Jika X variable acak diskrit dengan fungsi distribusi P(x), Moment ke-k (tak terpusat) dari X didefinisikan dengan; (4)

*Definisi;* Jika X variable acak diskrit, maka nilai harapan dari, disebut Fungsi Pembangkit Moment dari X, jika nilai harapannya ada untuk semua nilai t pada interval –h<t<h. (5)

*Teorema*; Jika fungsi pembangkit Moment Mx(t) dari variable acak X ada untuk –h<t<h , maka E(Xk) ada dan (6)

*Definisi*: Misalkan X variable acak diskrit dan fungsi distribusi P(X=x), maka Moment Central ke-k dari X ( bila nilai harapan ada) , didefinisikan;

 (7)

*Definisi;* Fungsi pembangkit Moment Faktorial untuk variable acak diskrit X didefinisikan; (8)

*Teorema*; Jika x mempunyai fungsi pembangkit moment faktorial Gx(t) maka;

= E(X(X-1)(X-2)….(X-k+1)) (9)

**3. HASIL**

Kita ketahui dari matematika khususnya kalkulus dan analisis bahwa bentuk deret a0+a1z+a2z2+a3z3+...= , ax >0, z>0, membentuk suatu deret pangkat yang suku-sukunya terhitung dapat terhingga ataupun tak hingga, dan misalkan f(z) = , dengan f(z) hingga (positip) dan terdeffrensial, kemudian dengan menerapkan teorema (3), kita dapatkan suatu bentuk fungsi peluang diskrit P(X=x) yaitu; P(X=x) = , ax >0, z>0, x=0,1,2,3,...( jemakmun,1998 )

Karena f(z) merupakan bentuk deret pangkat maka P(X=x) disebut Distribusi Deret pangkat yang bersifat diskrit.

**3.1. Mean(X)**

Nilai harapan atau Mean(X), dari distribusi deret pangkat dapat diperoleh dengan jalan melakukan penurunan ( turunan pertama) dari deret pangkatnya sebagai berikut (6) ;

Perhatikan; kita turunkan terhadap z

 zf’(z) = E(X)f(z)

E(X) = , sehingga didapatkan Mean distribusi deret pangkat adalah

**E(X) =**

**3.2. Varian(X)**

Varian distribusi deret pangkat dapat dicari dengan jalan melakukan turunan sampai turunan ke-dua, kamudian menggunakan sifat varian dalam statistika dasar;

Perhatikan; kita turunkan terhadap z

Z2f’’(z) = E(X2)f(z) – E(X)f(z)

Selanjutnya dengan mengganti E(X) = , didapatkan;

Kemudian dengan menerapkan rumus Var(x) = E(x2) – (E(x))2, didapatkan;

Sehingga didapatkan **Variannya** adalah;

**3.3. Fungsi Pembangkit Moment Distribusi Deret Pangkat**

Fungsi pembangkit moment Mx(t) dari distribusi deret pangkat dapat diperoleh dengan menggunakan rumus diatas (5), sebagai berikut;

Sehingga didapatkan Fungsi pembangkit moment ; *Teorema*

Selanjutnya dengan menurunkan pertama Mx(t) terhadap t dan mengganti t = 0, maka akan didapatkan moment-moment dari distribusi deret pangkat;

**3.3.1. Moment Pertama**

Dengan menurunkan pertama Mx(t) terhadap t dan mengganti t = 0 (6), didapatkan Moment Pertama;

**3.3.2. Moment Kedua**

Selanjutnya dengan menurunkan ke-dua Mx(t) terhadap t dan mengganti t = 0 (6), maka akan didapatkan moment-moment dari distribusi deret pangkat;

Apabila diteruskan sampai ke-k akan didapatkan rumus moment sampai ke-k;

**3.3.3. Hubungan antara Moment**

Perhatikan; , selanjutnya diturunkan terhadap z didapatkan;

Dengan demikian jika diketahui moment ke-k µk’, moment pertama µ1’ , maka didapatkan moment ke-k+1 dan hubunganya adalah, *Lemma*

**3.4. Moment Central**

Moment central dari distribusi deret pangkat dapat diperoleh dengan menggunakan definisi (7) moment central ke-k; *Teorema* .

**3.4.1. Moment Central ke-0;**

Dengan mengganti k = 0 ,didapatkan moment central ke-0 pada µk;

µ0 = 1, sebab

**3.4.2. Moment Central Pertama ke-1**

Dengan mengganti k = 1 ,didapatkan moment central ke-1 pada µk;

µ1 = 0, sebab

**3.4.3. Moment Central ke-2 ;**

Dengan mengganti k = 2 ,didapatkan moment central ke-2 pada µk;

**3.4.4. Hubungan antara Moment Central;**

Perhatikan; , selanjutnya diturunkan terhadap z didapatkan;

Dengan demikian jika diketahui moment central ke-k-1 µk-1, moment central pertama µk , maka didapatkan moment central ke-k+1dan hubungannya adalah;

 *Lemma*

**3.5. Fungsi Pembangkit Faktorial Moment Distribusi Deret Pangkat**

Fungsi pembangkit Faktorial moment Gx(t) dari distri busi deret pangkat dapat diperoleh dengan menggunakan rumus (8) diatas, sebagai berikut;

Sehingga didapatkan ; *Teorema*

Selanjutnya dengan menurunkan pertama Gx(t) terhadap t dan mengganti t = 1 (9), maka akan didapatkan faktorial moment dari distribusi deret pangkat;

**3.5.1. Faktorial Moment Pertama**

Selanjutnya dengan menurunkan ke-dua Gx(t) terhadap t dan mengganti t = 1, maka akan didapatkan moment-moment dari distribusi deret pangkat;

**3.5.2. Faktorial Moment Kedua**

Selanjutnya dengan menurunkan ke-dua Gx(t) terhadap t dan mengganti t = 1, maka akan didapatkan moment-moment dari distribusi deret pangkat;

Apabila diteruskan akan didapatkan untuk **faktorial moment ke-k ;**

**3.5.3. Hubungan antara Faktorial Moment**

Perhatikan; , selanjutnya diturunkan terhadap z didapatkan;

Dengan demikian jika diketahui faktorial moment ke-k µ[k], faktorial moment pertama µk’ , maka didapatkan faktorial moment ke-k+1 dan hubunganya adalah ;

*Lemma*

**4. KESIMPULAN**

4.1. Fungsi Pembangkit Moment Distribusi Deret Pangkat,

 *Teorema*

4.2**.** Moment Central Distribusi Deret Pangkat, *Teorema* .

4.3. Fungsi Pembangkit FaktorialMomentDistribusi Deret Pangkat,

 *Teorema*

4.4. Hubungan antara Moment, *Lemma*

4.5. Hunbungan antara Moment Central*, Lemma*

4.6.Hubungan antara Faktorial Moment, *Lemma*

**DAFTAR RUJUKAN**

[1] Bain, L. J. and Engelhardt, M., 1992, *Introduction to Probability and Mathematical Statistics*. Calipornia. Duxbury Press

[2] Dudewicz, E. Dan Mishra, S., 1995, *Statistika Matematika Modern( Terjemahan).* Penerbit ITB. Bandung.

[3] Jemakmun, 1998, *Karakteristik Parameter Untuk Model Distribusi Deret Pangkat(Tesis*), FMIPA UGM, Yogyakarta.

[4] Jemakmun, 2003, “Karakteristik Parameter Distribusi Fungsi Trigonometri Invers Sinus(z) (sin-1Z)”, *Jurnal MIPA 32*, 15-22.

[5] Kreyszig,E., 1993, *Matematika Teknik Lanjutan (Terjemahan).Edisi Ke-6*. Penerbit PT Gramedia Pustaka Utama. Jakarta.

[6] Papathanasiou,V., 1993, “Characterissatioan of Power Series Distributions and Factorial Series Distributions”. *Sankhya A*, 55, 164-168