

Simulasi numerik fenomena *vortex induced vibration* (VIV) menggunakan metode domain fiktif dengan pendekatan isogeometrik

P.H. Saksono¹

¹ Universitas Bina Darma, Jl. A. Yani No. 12 Palembang 30624,
p.h.saksono@mail.binadarma.ac.id

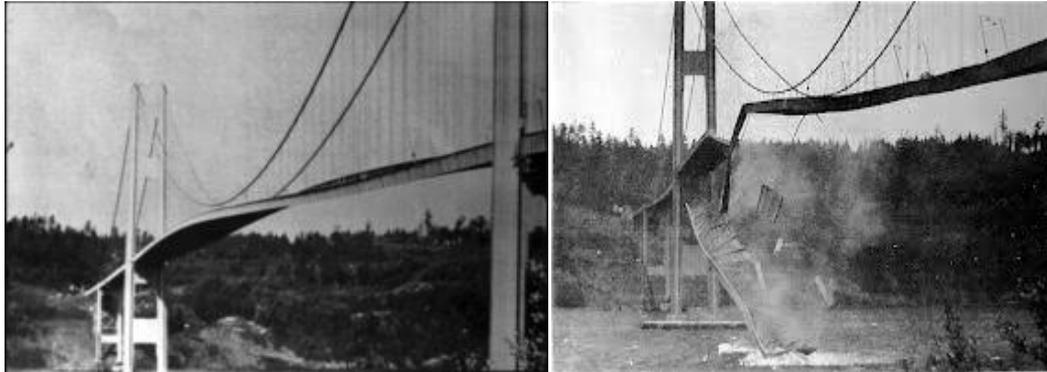
ABSTRAK

Artikel ini membahas tentang usulan penggunaan metode domain fiktif (*Fictitious Domain Method*) untuk simulasi numerik fenomena *vortex induced vibration*. Selama ini, metode domain fiktif digunakan bersama dengan diskretisasi spasial seperti metode elemen hingga atau metode volume hingga. Dengan dikembangkannya metode analisis isogeometrik yang telah dibuktikan lebih superior dibandingkan dengan metode diskretisasi yang telah disebutkan. Studi ini adalah penelitian awal (*exploratory study*) penerapan metode domain fiktif menggunakan analisis geometrik sebagai metode diskretisasi spasial yang bertujuan untuk mengidentifikasi kemungkinan masalah yang akan timbul. Selain itu, juga bertujuan untuk mengidentifikasi pilihan parameterisasi yang mungkin untuk digunakan dalam analisis.

Kata kunci: metode domain fiktif, analisis geometrik, *vortex induced vibration*, dinamika benda rigid.

1. Pendahuluan

Vortex induced vibration (VIV) adalah getaran yang terjadi pada obyek yang berinteraksi dengan fluida yang mengalir disekelilingnya disebabkan oleh ketidak-stabilan periodik. VIV mendapat perhatian yang serius dalam berbagai bidang teknik, seperti mesin, sipil, penerbangan dan kelautan. Dari sudut pandang mekanika struktur ada dua hal yang menjadi perhatian utama terkait dengan VIV. Pertama, kerusakan pada struktur yang terjadi akibat kelelahan material (*fatigue damage*). Masalah ini disebabkan oleh osilasi yang stabil dikarenakan aliran fluida memiliki frekuensi *vortex shedding* yang serupa dengan frekuensi alam (*natural frequency*) dari struktur atau yang dikenal dengan fenomena "*lock-in*". Jika kecepatan bebas (*free stream velocity*) fluida berada di luar *range* tertentu osilasi yang terjadi pada struktur biasanya dengan cepat teredam atau bahkan struktur tidak mengalami osilasi sama sekali. Kedua adalah fenomena "*galloping*" yaitu kondisi dimana gaya-gaya *drag* dan *lift* yang bekerja pada struktur memperkuat (*amplify*) deformasi atau perpindahan (*displacement*) yang terjadi pada struktur hingga struktur tersebut mengalami kegagalan seperti yang terjadi pada jembatan Tacoma yang diperlihatkan pada Gambar 1. Struktur dengan perilaku semacam ini dikenal dengan *aerodynamically/hydrodynamically unstable*.



Gambar 1. Kegagalan jembatan Tacoma.

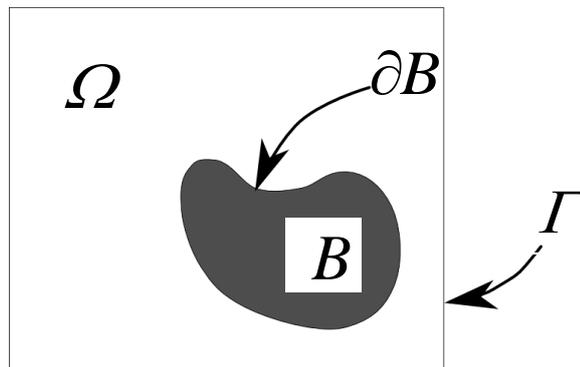
Berbagai metode numerik telah digunakan untuk mensimulasikan interaksi antara fluida dan struktur. Berbagai strategi untuk mendapatkan solusi dari masalah ini telah dikembangkan sejak beberapa dekade lalu. Secara umum, strategi yang digunakan dapat dikelompokkan kedalam dua kelompok yaitu, pertama, strategi dimana batas dari domain struktur berhimpitan dengan domain fluida atau yang dikenal dengan *boundary fitted strategy* [4,7], sedangkan pada strategi yang kedua domain komputasi dari struktur terbenam didalam domain komputasi fluida atau yang dikenal dengan *domain embedding strategy* [5,6]. Makalah ini akan membahas usul penggunaan metode domain fiktif, yang termasuk dalam *embedding strategy*, untuk mensimulasikan fenomena VIV. Dalam studi ini aliran fluida diasumsikan sebagai aliran fluida viskos tak termampat yang dimodelkan dengan menggunakan persamaan Navier-Stokes tak mampat, sedangkan untuk struktur dimodelkan sebagai benda rigid. Makalah ini merupakan tinjauan pustaka sebagai bagian dari *exploratory study* yang penulis lakukan sebelum penelitian yang lebih lanjut dilakukan. Studi ini bertujuan untuk mengidentifikasi teknik/strategi yang sudah dikembangkan pada penelitian sebelum ini serta kesulitan-kesulitan yang mungkin akan muncul pada tahapan pengembangan algoritma dan implementasinya.

2. Pembahasan

Metode domain fiktif (*Fictitious Domain Method*) adalah sebuah metode numerik untuk mencari solusi persamaan diferensial parsial. Karakteristik dari metode ini adalah problem dengan sebuah domain yang memiliki batas-batas geometri yang kompleks ditransformasikan menjadi problem dengan dua atau lebih domain dengan batas-batas geometri yang sederhana. Sebagai konsekuensi dari transformasi ini batas-batas domain komputasi yang digunakan tidak perlu berhimpit dengan domain fisik. Metode ini sering digunakan untuk analisis tangki pencampur/pengaduk (*mixing/stirring tank*) karena mampu mensimulasikan aliran fluida yang kompleks di sekitar obyek dengan bentuk yang rumit [2].

Simulasi interaksi antara fluida dengan struktur dimana aliran fluida viskos tak termampatkan melewati benda rigid menggunakan metode domain fiktif (*fictitious domain method*) sudah dilakukan dalam penelitian sebelum ini [5,6]. Keuntungan dari penggunaan metode ini dikombinasikan dengan metode numerik berbasis *mesh/grid* adalah dengan tidak mendefinisikan batas dari benda rigid secara eksplisit pergerakan dari benda rigid tidak menyebabkan deformasi *mesh/grid* yang berlebihan. Deformasi mesh yang berlebihan akan menyebabkan bentuk elemen tidak optimal yang pada akhirnya akan berdampak pada berdampak buruk pada laju konvergensi dari solusi. Walaupun hal ini dapat diatasi dengan proses *remeshing* adaptif [8], proses ini memerlukan evaluasi terhadap kualitas dari *mesh*, perangkat lunak untuk proses *mesh generation* dan untuk benda rigid yang memiliki geometri yang kompleks di perlukan informasi tambahan tentang geometri awal dari benda rigid. Disamping itu, ketika variabel-variabel dari *mesh* yang lama diproyeksikan ke mesh yang baru terjadi disipasi numerik yang mengurangi akurasi dari solusi.

Menggunakan metode domain fiktif untuk problem dengan konfigurasi seperti pada Gambar 2, bentuk variasional dari persamaan Navier-Stokes untuk aliran fluida tak mampat dan Newton-Euler yang akan diselesaikan adalah sebagai berikut.



Gambar 2. Domain aliran fluida Ω dan benda rigid B .

Jika $\Omega \subset \mathbb{R}^d$, $d = 2, 3$ merupakan daerah dalam ruang berdimensi 2 atau 3 yang terisi fluida Newtonian dengan massa jenis ρ^{fluid} dan viskositas kinematik ν dan di dalamnya terdapat benda rigid yang bergerak bebas B dengan batas ∂B dan massa jenis ρ^{solid} . Untuk setiap $t > 0$, tentukan $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, $p(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{V}(t)$, $\mathbf{G}(t)$, $\boldsymbol{\omega}(t)$ yang secara berturut-turut adalah kecepatan fluida, tekanan fluida, kecepatan translasi dari pusat massa, koordinat dari pusat massa dan kecepatan sudut, sehingga

$$\begin{aligned} & \rho^{\text{fluid}} \int_{\Omega} \left[\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right] \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + 2\nu \int_{\Omega} \mathbf{D}(\mathbf{u}) : \mathbf{D}(\mathbf{v}) \, d\Omega - \int_{\Omega} p \nabla \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \\ & \left(1 - \frac{\rho^{\text{fluid}}}{\rho^{\text{solid}}} \right) \left[M \frac{d\mathbf{V}}{dt} \cdot \mathbf{Y} + \left(\mathbf{I} \frac{d\boldsymbol{\omega}}{dt} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I} \boldsymbol{\omega} \right) \cdot \boldsymbol{\theta} \right] = \end{aligned} \quad (1)$$

$$\rho^{\text{fluid}} \int_{\Omega} \mathbf{g} \cdot \mathbf{v} \, d\Omega + \left(1 - \frac{\rho^{\text{fluid}}}{\rho^{\text{solid}}} \right) M \mathbf{g} \cdot \mathbf{Y}$$

$$\int_{\Omega} q \nabla \cdot \mathbf{u} \, d\Omega = 0 \quad (2)$$

dengan kondisi batas

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{g}_0(\mathbf{x}, t) \quad \forall \mathbf{x} \in \Gamma \quad (3)$$

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{V}(t) + \boldsymbol{\omega}(t) \times \overline{\mathbf{G}(t)\mathbf{x}} \quad \forall \mathbf{x} \in \partial B(t) \quad (4)$$

$$\frac{d\mathbf{G}(t)}{dt} = \mathbf{V}(t) \quad (5)$$

dan kondisi awal sebagai berikut

$$\begin{aligned} B(\mathbf{x}, 0) &= B_0(\mathbf{x}), \quad \mathbf{V}(0) = \mathbf{V}_0, \quad \boldsymbol{\omega}(0) = \boldsymbol{\omega}_0, \quad \mathbf{G}(0) = \mathbf{G}_0, \\ \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) &= \mathbf{u}_0(\mathbf{x}) \quad \forall \mathbf{x} \in \Omega \setminus \overline{B_0}, \quad \mathbf{u}(\mathbf{x}, 0) = \mathbf{V}_0 + \boldsymbol{\omega}_0 \times \overline{\mathbf{G}_0 \mathbf{x}} \quad \forall \mathbf{x} \in \partial B_0 \end{aligned} \quad (6)$$

Dimana M dan \mathbf{I} adalah massa dan tensor inersia dari benda rigid B . Ruang fungsional untuk fungsi uji (*test function*) yang digunakan pada Persamaan 1 dan 2 adalah:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q} &= \left\{ q \mid q \in L^2(\Omega \setminus \overline{B(t)}), \int_{\Omega \setminus \overline{B(t)}} q \, d\mathbf{x} = 0 \right\} \\ \mathcal{W} &= \left\{ \{\mathbf{v}, \mathbf{Y}, \boldsymbol{\theta}\} \mid \mathbf{v} \in H^1(\Omega \setminus \overline{B(t)}), \mathbf{v} = \mathbf{0} \text{ on } \Gamma, \mathbf{Y} \in \mathbb{R}^d, \boldsymbol{\theta} \in \mathbb{R}^3, \right. \\ & \quad \left. \mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{Y}(t) + \boldsymbol{\theta}(t) \times \overline{\mathbf{G}(t)\mathbf{x}} \text{ on } \partial B(t) \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Persamaan (4) merupakan *constraint* untuk memastikan setiap partikel fluida yang bersebelahan dengan benda rigid memiliki kecepatan yang sama dengan kecepatan benda rigid tersebut. Dalam prakteknya *constraint* ini sering kali direlaksasi dengan menggunakan metode *penalty* atau *Lagrange multipliers*. Jika digunakan metode *Lagrange multipliers* seperti pada yang diusulkan oleh Glowinski dkk [5,6], Persamaan (4) akan memiliki bentuk sebagai berikut:

$$\left\langle \boldsymbol{\lambda}, \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{V}(\mathbf{x}, t) - \boldsymbol{\omega}(\mathbf{x}, t) \times \overline{\mathbf{G}(\mathbf{x}, t)\mathbf{x}} \right\rangle = 0 \quad \forall \boldsymbol{\lambda} \in \Lambda(\mathbf{x}, t) \text{ and } \mathbf{x} \in \partial B \quad (8)$$

dimana $A = \{ \lambda \mid \lambda \in H^1(B(x,t)) \}$. Ada dua bentuk persamaan yang dapat digunakan untuk $\langle \lambda, u \rangle$ menurut referensi [5,6], yaitu

$$\langle \lambda, u \rangle = \int_{B(x,t)} (\lambda \cdot u + \delta^2 \nabla \lambda : \nabla u) dx \quad (9)$$

atau

$$\langle \lambda, u \rangle = \int_{\partial B(x,t)} \lambda \cdot u d(\partial B) + \delta \int_{B(x,t)} \nabla \lambda : \nabla u dB \quad (10)$$

dimana δ merupakan panjang karakteristik dari benda rigid.

Selama ini Persamaan 1-8 diselesaikan menggunakan metode elemen hingga (*finite element method*) atau metode volume hingga (*finite volume method*) yang menggunakan polinomial Lagrange untuk parameterisasi ruang solusi (*solution space*) dan geometri dari domain problem. Namun, penggunaan parameter dari ruang solusi untuk merepresentasikan geometri dari domain fisik memberi tambahan error ke dalam solusi dan tahapan merubah geometri CAD menjadi geometri terdiskretisasi menjadi *bottle neck* untuk proses analisis secara keseluruhan. Untuk mengatasi hal ini kelompok peneliti yang dimotori oleh Hughes [1,3] mengusulkan penggunaan *Non-Uniform Rational B-Spline* (NURBS) yang merupakan standard industry untuk pemodelan *computer aided design* (CAD) untuk digunakan sebagai parameterisasi geometri dan untuk parameterisasi ruang solusi dan mengembangkan metode analisis isogeometrik (*isogeometric analysis*). Dengan menggunakan pendekatan isogeometrik untuk solusi numeric, model geometri CAD tidak perlu diubah ke dalam model geometri untuk komputasi melalui proses *mesh/grid generation*. Selain itu ada beberapa isu muncul pada metode elemen hingga, seperti *volumetric locking* dapat dihindari [3].

Ada beberapa jenis parameterisasi yang umum digunakan untuk geometri CAD di industri seperti B-Spline, NURBS, dan T-Spline telah dicoba untuk analisis isogeometri [1,3]. Kelemahan dari parameterisasi berbasis B-Spline adalah parameterisasi yang tidak bersifat lokal sehingga penambahan sebuah *knot* pada arah tertentu pada domain parameterisasi jumlah titik kontrol akan meningkat sebanyak jumlah titik kontrol pada arah yang lainnya. Hal ini akan berdampak buruk pada komputasi karena untuk setiap proses *refinement* sejumlah titik kontrol yang ditambahkan pada dasarnya tidak diperlukan untuk meningkatkan akurasi dari solusi. Hughes dan kawan-kawan mengusulkan digunakannya T-Spline untuk parameterisasi karena spline ini, yang merupakan generalisasi dari NURBS memiliki sifat lokal namun perilaku matematik dari T-Spline belum sepenuhnya dapat dipahami.

3. Kesimpulan

Sebuah kerangka kerja (*framework*) untuk melakukan simulasi numerik fenomena vortex induce vibration pada benda rigid telah diusulkan dalam artikel ini. Kerangka kerja ini menggunakan metode domain fiktif dengan pendekatan isogeometri. Untuk mendapatkan kerangka kerja yang efektif ada beberapa hal yang memerlukan pemahaman yang lebih mendalam dari komponen-komponen kerangka kerja ini. Pertama, teknik yang dipilih untuk menangani kondisi batas Dirichlet. Kedua, strategi yang sesuai untuk menemukan titik-titik control interior yang optimal. Ketiga, Jenis parameterisasi yang akan digunakan.

Untuk mengatasi keterbatasan yang dimiliki oleh NURBS, selain T-Spline ada beberapa jenis parameterisasi lain dengan *local refinement property* yang telah dikembangkan seperti PBHT-Spline, LR B-Spline, polynomial spline. Studi yang lebih mendalam perlu dilakukan untuk lebih memahami keunggulan masing-masing parameterisasi untuk diterapkan pada metode domain fiktif.

Daftar Pustaka

1. Bazilevs Y, Calo VM, Cottrell JA, Evans JA, Hughes TJR, Lipton S, Scott MA, Sederberg TW, *Isogeometric Analysis using T-Splines*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 199, 2010, 229-263.
2. Bertrand F, Tanguy PA, Thibault F, *A Three-dimensional Fictitious Domain Method for Incompressible Fluid Flow Problems*, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 25, 6, 1997, 719-736.
3. Cottrell JA, Hughes TJR, Bazilevs Y, 2009, *Isogeometric Analysis: Toward Integration of CAD and FEA*, Wiley, Chicester.
4. Dettmer W, Perić D, *A Computational Framework for Fluid-Rigid Body Interaction: Finite Element Formulation and Applications*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195, 13-15, 2006, 1633-1666.
5. Glowinski R, Pan TW, Hesla TI, Joseph DD, Périaux J, *A Fictitious Domain Approach to the Direct Numerical Simulation of Incompressible Viscous Flow past Moving Rigid Bodies: Application to Particulate Flow*, Journal of Computational Physics, 169, 2001, 363-426.
6. Glowinski R, Pan TW, Périaux J, *Numerical Simulation of a Multi-store Separation Phenomenon: A Fictitious Domain Approach*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 195, 41-43, 2006, 5566-5581.
7. Nomura T, Hughes TJR, *An Arbitrary Lagrangian-Eulerian Finite Element Method for Interaction of Fluid and a Rigid Body*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 95, 1992, 115-138.
8. Saksono PH, Dettmer WG, Perić D, *An Adaptive Remeshing Strategy for Flows with Moving Boundaries and Fluid-Structure Interaction*, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 71, 2007, 1009-1050.