Gunakan slot ini untuk upload Tugas tugas perbaikan atau yang belum sepmat upload sebelumnya. Maximum 5 file.

NAMA: SOLEH HUSAINI
NIM: 202710019
MATEMATIKA TERAPAN
TUGAS Quiz ke 2

① Turunan Aplikasinya:

Suatu Perusahaan Memproduksi x unit barang dengan biaya ($4x^2 - 8x + 24$) Ribu Rupiah untuk tiap. unit jika barang - Tersebut di jual habis dengan harga Rp. 40.000,- untuk - tiap unit, maka keuntungan maksimum yg diperoleh Perusahaan. Tersebut adalah.

Jawab misal: $f(x)$ = total biaya produksi

$g(x)$ = harga jual x unit barang

$h(x)$ = keuntungan.

Maka:

$$f(x) = x(4x^2 - 8x + 24)$$
$$= 4x^3 - 8x^2 + 24x$$

$$g(x) = 40x$$
$$h(x) = g(x) - f(x)$$
$$= 40x - (4x^3 - 8x^2 + 24x)$$
$$= -4x^3 + 8x^2 + 16x$$
$$h'(x) = -12x^2 + 16x + 16 \rightarrow \text{Bagi ke 2 Ruas dg } -4$$
$$= -3x^2 + 4x + 4 = -(x-2)(3x+2)$$
$$x = -\frac{2}{3} \text{ atau } x = 2$$

Karena jumlah barang tidak mungkin negatif maka kita gunakan $x = 2$

$$h(2) = -4(2)^2 + 8(2) + 16(2)$$
$$= -4(4) + 16 + 32$$
$$= -16 + 16 + 32$$

Jadi keuntungan maksimum yang diperoleh adalah Rp. 32.000,-

② ⓐ Integral Tentu.

$$\int_1^2 4x^3\,dx = \left[\tfrac{4}{4}x^4\right]_1^2$$
$$= \left[x^4\right]_1^2$$
$$= (2^4) - (1^4)$$
$$= 16 - 1$$
$$= 15$$

b) Integral tak tentu

$$\int 8x^3 - 6x^2 + 4x - 2\,dx = \frac{8}{4}x^4 - \frac{6}{3}x^3 + \frac{4}{2}x^2 - 2x + C$$
$$= 2x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + C$$

③ a) Tentukan Deret Taylor Fungsi $f(x) = \ln(x+1)$ Sampai orde ke empat di sekitar $x_0 = 1$

Jawab

$$f(x) = \ln(x+1)$$
$$f'(x) = (x+1)^{-1}$$
$$f''(x) = -(x+1)^{-2}$$
$$f'''(x) = 2(x+1)^{-3}$$
$$f^{(4)}(x) = -6(x+1)^{-4}$$

D. taylor.

$$\ln(x+1) = \ln(x+1) + \frac{(x-1)}{1!}(x+1)^{-1} + \frac{(x-2)^2}{2!}(-x+1)^{-2} + \frac{(x-3)^3}{3!}(2(x+1)^{-3}) + \frac{(x-4)^4}{4!}(-6(x+1)^{-4})$$

$x_0 = 1$, misalkan $(x-1) = h$

$$\ln(x+1) = \ln(2) + h(2)^{-1} + \frac{h^2}{2}(0)^{-2} + \frac{h^3}{6}(4)^{-3} + \frac{h^4}{24}(-12)^{-4}$$
$$= 0{,}693197 + 0{,}5h + 0{,}002604h^3 + 0{,}0000029388h^4 \; (-$$

b) Tentukan Deret Mac laurin Fungsi $f(x) = \ln(x+1)$ Sampai orde keempat

Jawab:

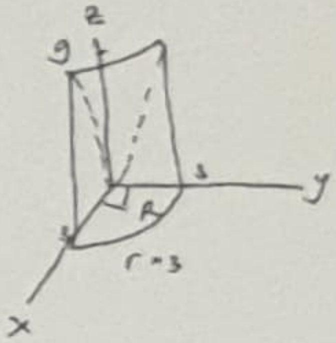
$$\ln(x+1) = \ln(0+1) + \frac{(x-0)}{1!}(0+1)^{-1} + \frac{(x-0)^2}{2!}\left(-(0+1)^{-2}\right) + \frac{(x-0)^3}{3!}$$

$$\left(2(0+1)^{-3}\right) + \frac{(x+0)^4}{4!}\left(-6(0+1)^{-4}\right)$$

$$\ln(x+1) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4}$$

4 * Integral lipat dua.

a Carilah Volume benda pejal di oktan pertama di bawah Paraboloida $z = x^2+y^2$ dan di dalam tabung $x^2+y^2=9$ dengan menggunakan koordinat Polar.



Jawab

$z = x^2+y^2$

$0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$, $0 \le r \le 3$

$$\iint_R x^2+y^2 \, dA = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^3 r^2 r \, dr \, d\theta$$

$$= \int_0^{\pi/2} \int_0^3 r^3 \, dr \, d\theta$$

$$= \int_0^{\pi/2} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^3 d\theta$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{81}{4} \, d\theta$$

$$= \left[\frac{81}{4}\theta\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left[\frac{81}{4}\left(\frac{\pi}{2}\right) - \frac{81}{4}(0)\right]$$

$$= \frac{81\pi}{8} \approx 31,80863$$

* Integral Lipat 3.

6) Carilah Volume daerah. Pejal di oleh Pertama yang di batasi atas oleh. oleh Para baloida $z = 4 - x^2 - y^2$, dan Secara menyamping oleh. tabung $x^2 + y^2 = 2x$

<u>Jawab</u> :

$z = 4 - r^2$

$r = 2 \cos \theta$

$0 \le z \le 4 - r^2$, $0 \le r \le 2 \cos \theta$, $0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}$

$V = \iiint 1 \, dv$

$= \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\cos\theta} \int_0^{4-r^2} r \, dz \, dr \, d\theta$

$= \int_0^{\pi/2} \int_0^{2\cos\theta} r(4 - r^2) \, dr \, d\theta$

$= \int_0^{\pi/2} \left[2r^2 - \frac{1}{4} r^4 \right]_0^{2\cos\theta} d\theta$

$= \int_0^{\pi/2} (8 \cos^2\theta - 4 \cos^4\theta) \, d\theta$

$= 8 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{2} - 4 - \frac{3}{8} \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{4}$

5. Tent. Pers Diferensial $y'' + 10y' + 25y = 0$

<u>Jawab</u> :

Pers. bantuan.

$r^2 + 10r + 25 = 0$

$(r+5)(r+5) = 0$

$r_1 = +5$, $r_2 = -5$

Jadi, Pers. Diferensialnya.

$y = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$

$= C_1 e^{-5x} + C_2 e^{-5x}$

⑥ Sistem gerak harmonik benda yg tergantung pada gambar di bawah ini, jika massa benda $m = \frac{1}{4}$ kg dan konstanta pegas $k = 16$ N/m. Pegas saat ditarik benda bertambah panjang 1m dan mulai bergerak ke atas dengan kec. 8m/s. Sistem tidak diberi gaya luar. Tentukan pers. gerak benda.

Penyelesaian.

Model pers. sistem gerak harmonik pada pegas

$$m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + d\,\frac{dy}{dt} + ky = k(t)$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + 16y = C$$

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{d^2y}{dt^2} + 16y = 0$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + 64y = 0$$

$$y(0) = 0,1 \; ; \; \frac{dy}{dt}(0) = -8.$$

Penyelesaiannya adalah:

◦) Persamaan karakteristik PD adalah $r^2 + 64 = 0$

◦) akar² persamaan karakteristik adalah: $r^2 + 64 = 0$
$r^2 = -64$
$r = \pm 8i$

◦) Solusi umum PD

$y(t) = C_1 \cos 8t + C_2 \sin 8t$

dengan memasukkan syarat, maka:

$y(0) = C_1 = 1$

$y'(0) = 8C_2 = -8 \rightarrow C_2 = -1$

Sehingga pers. gerak benda adalah.

$y(t) = C_1 \cos 8t + C_2 \sin 8t$

$= \cos 8t - \sin 8t$

⑦ Tentukan Deret Fourier

Fungsi $f(x) = \begin{cases} 0 & ; -2 \leq x < 0 \\ 1 & ; 0 < x < 2 \end{cases}$

Priode 4.

Penyelesaian:

Priode $u = 4 \rightarrow L = 2$.

Interval diambil dari c ke C+2L

Jadi $C = -2$ ke C+2L

$-2 + 4 = 2$.

$$a_n = \frac{1}{L} \int_{-2}^{2} f(x) \cos \frac{n\pi x}{L} \, dx = \frac{1}{2} \int_{-2}^{2} f(x) \cos \frac{n\pi x}{2} \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-2}^{0} 0 \cos \frac{n\pi x}{x} \, dx + \frac{1}{2} \int_{0}^{2} 1 \cos \frac{n\pi x}{2} \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{0}^{2} \cos \frac{n\pi}{2} x \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2 \sin \left(\frac{n\pi x}{2} \right)}{n\pi} \right]_0^2$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2 \sin n\pi}{n\pi} - \frac{2 \sin 0}{n\pi} \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2 \sin n\pi}{n\pi} \right]$$

$$= \frac{\sin n\pi}{n\pi}$$

$$= 0 \; (n \neq 0)$$

untuk $n = 0$ maka.

$$a_n = \frac{1}{2} \int_0^2 f(x) \cos 0 \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^2 1 \, dx$$

$$= \frac{1}{2} [x]_0^2 = \frac{1}{2} (2) = 1$$

$$b_n = \frac{1}{2} \int_{-2}^2 f(x) \sin \frac{n\pi x}{2} \, dx$$

$$= \frac{1}{2} \left[\int_{-2}^0 0 \sin \frac{n\pi x}{2} \, dx + \int_0^2 1 \sin \frac{n\pi x}{2} \, dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left(\int_0^2 \sin \frac{n\pi x}{2} \, dx \right)$$

$$= \frac{1}{2} \left[-2\cos \left(\frac{n\pi x}{2} \right) dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[-2\cos \left(\frac{n\pi x}{2} \right) dx \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{-2 \cos \left(\frac{n\pi x}{2} \right)}{n\pi} \right]_0^2$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{-2 \cos n\pi}{n\pi} - \left(-\frac{2}{n\pi} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} \left[\frac{2 \cos (n\pi)}{n\pi} + \frac{2}{n\pi} \right]$$

$$= \frac{\cos (n\pi)}{n\pi} + \frac{1}{n\pi}$$

$$= \frac{1 + \cos n\pi}{n\pi}$$

Maka deret fouriernya adalah.

$$k(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_n \cos \frac{n\pi x}{2} + b_n \sin \left(\frac{n\pi x}{2} \right) \right]$$

$$= \frac{1}{2} + \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1 + \cos n\pi}{n\pi} \right) \sin \frac{n\pi x}{2}$$

$$= \frac{1}{2} + \left(\frac{1+\cos \pi}{\pi} \cdot \sin \frac{\pi x}{2} + \frac{1+\cos \pi}{\pi} \sin \pi x \right.$$

$$+ \frac{1+\cos 3\pi}{\pi} \sin \frac{3\pi x}{2} + \frac{1+\cos \pi}{\pi} \sin .$$

$$\left. 2\pi x + \ldots \right)$$

⑧. Tentukan transformasi laplace untuk $f(t) = 5t^3 - 6\sin 2t + 4e^{-4t}$

Penyelesaian:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = 5\mathcal{L}(t^3) - 6\mathcal{L}(\sin 2t) + 4\mathcal{L}(e^{-4t})$$

$$= 5\left(\frac{3!}{s^{3+1}}\right) - 6\left(\frac{2}{s^2+2^2}\right) + 4\left(\frac{1}{s+4}\right)$$

$$= 5\left(\frac{6}{s^4}\right) - 6\left(\frac{2}{s^2+4}\right) + 4\left(\frac{1}{s+4}\right)$$

$$= \frac{30}{s^4} - \frac{12}{s^2+4} + \frac{4}{s+4}$$

$$= \frac{4s^6 - 12s^5 - 32s^4 + 30s^3 + 120s^2 + 120s + 480}{s^7 + 4s^6 + 4s^5 - 16s^4}$$